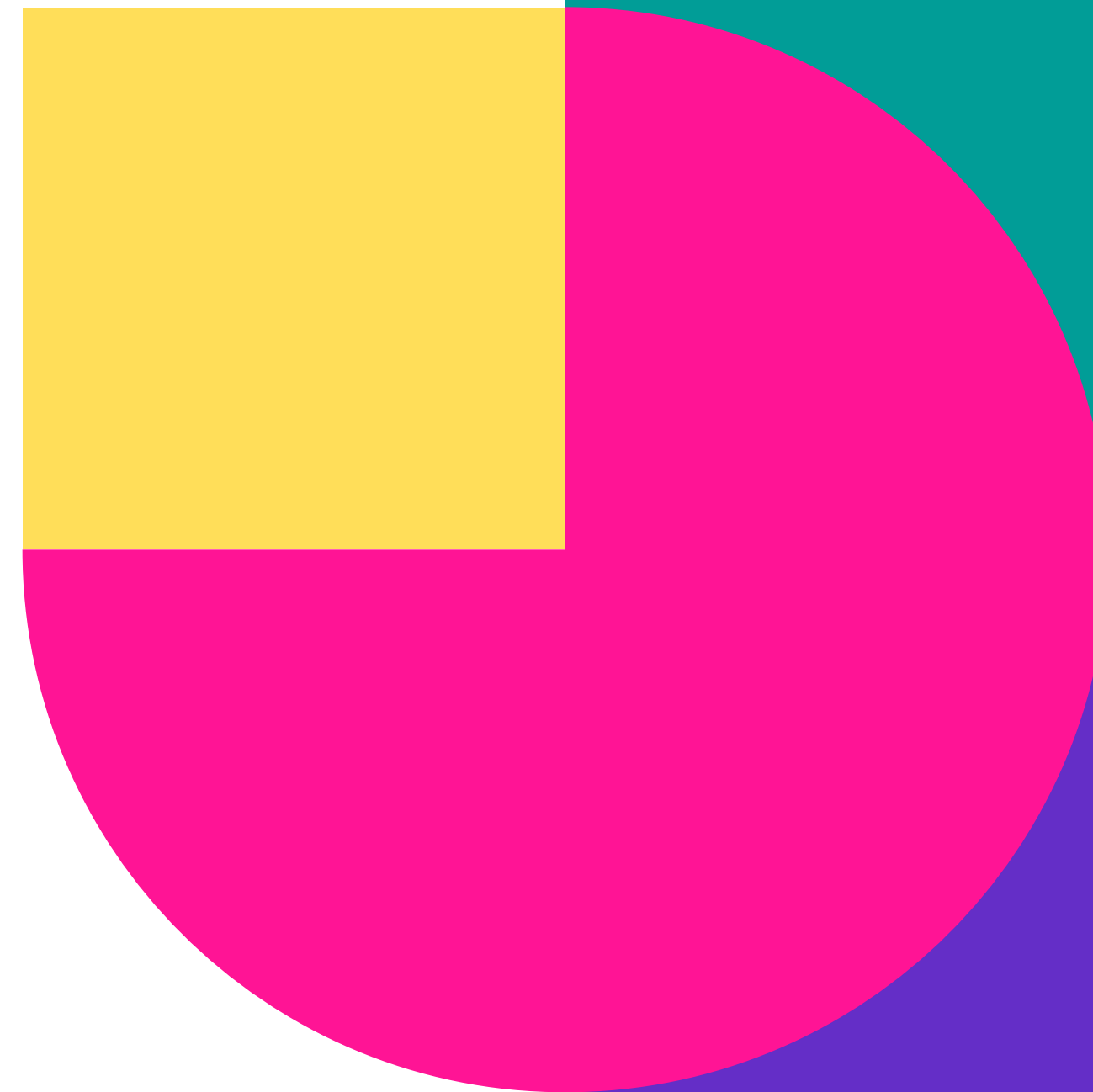
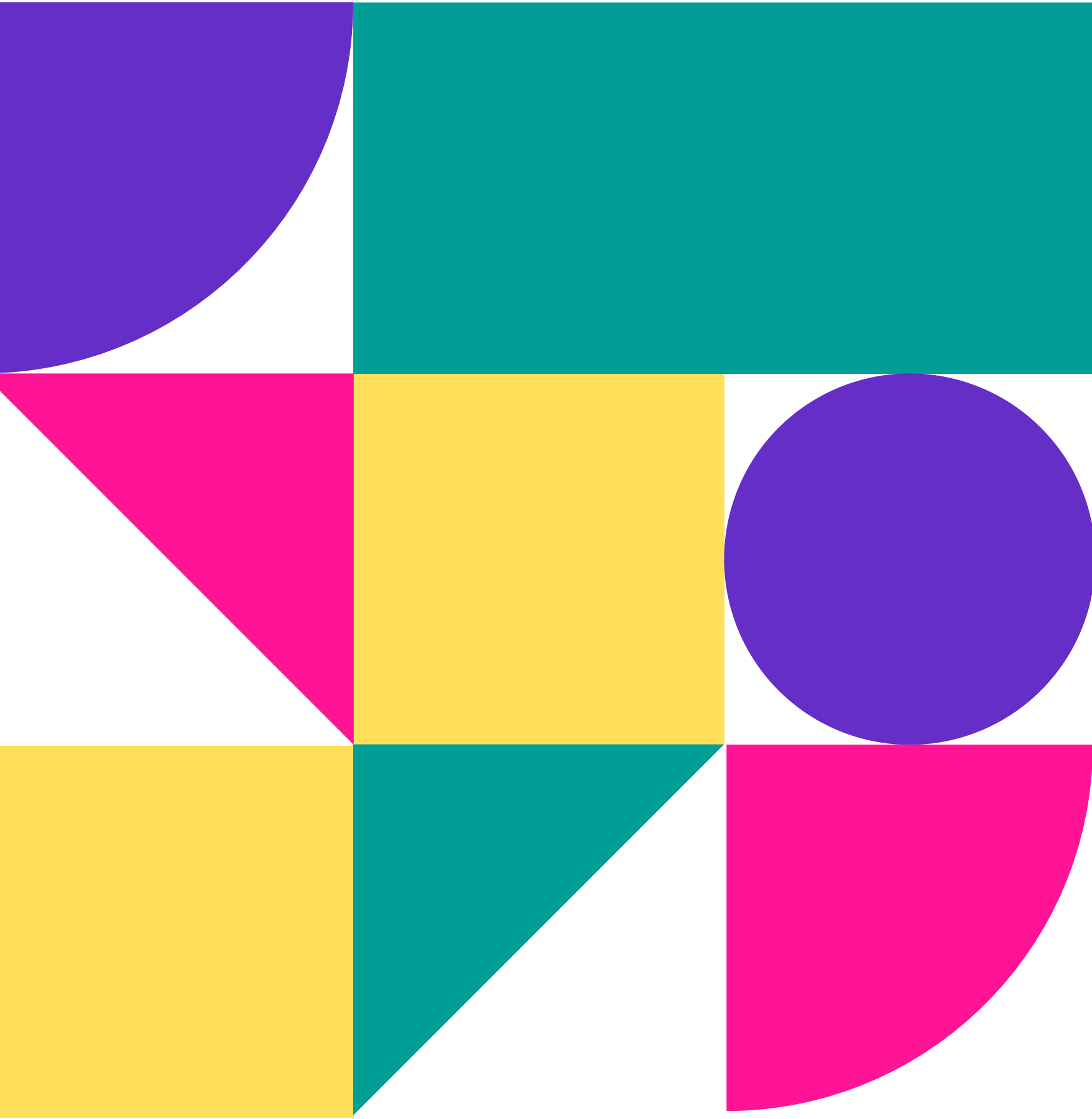


**Frazioni:
dall'intuizione agli
ostacoli successivi.
Una riflessione sul
percorso verticale**

**Riflessioni dal laboratorio di matematica de
"La Casa degli Insegnanti"**



Frazioni: dall'intuizione agli ostacoli successivi. Una riflessione sul percorso verticale



- **Alcune riflessioni**
- **Il Tema**
- **La Progettazione**
- **Difficoltà: come superarle?**

- Ogni frase ha il suo "peso"

"Il prodotto è sempre maggiore dei numeri che moltiplico ...

$$5 * 15 = 75"$$

ma

$$1/5 * 15 = 3$$

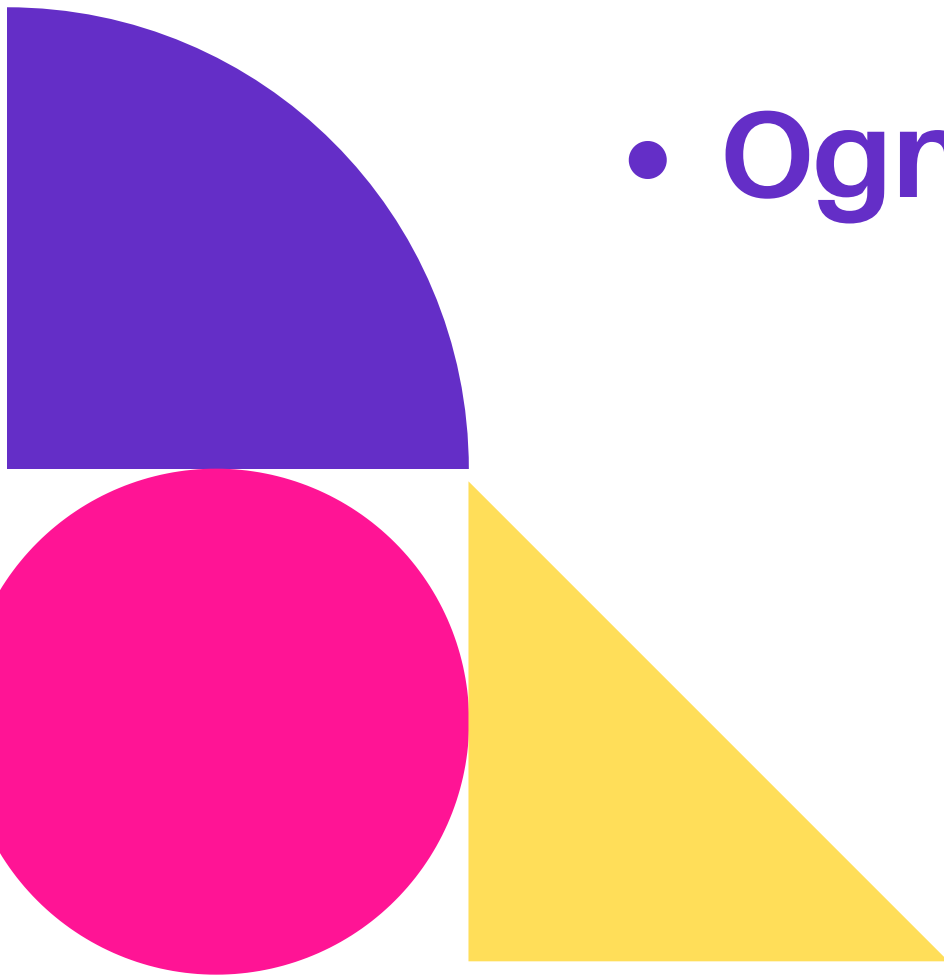
$$1/5 * 1/15 = 1/75$$

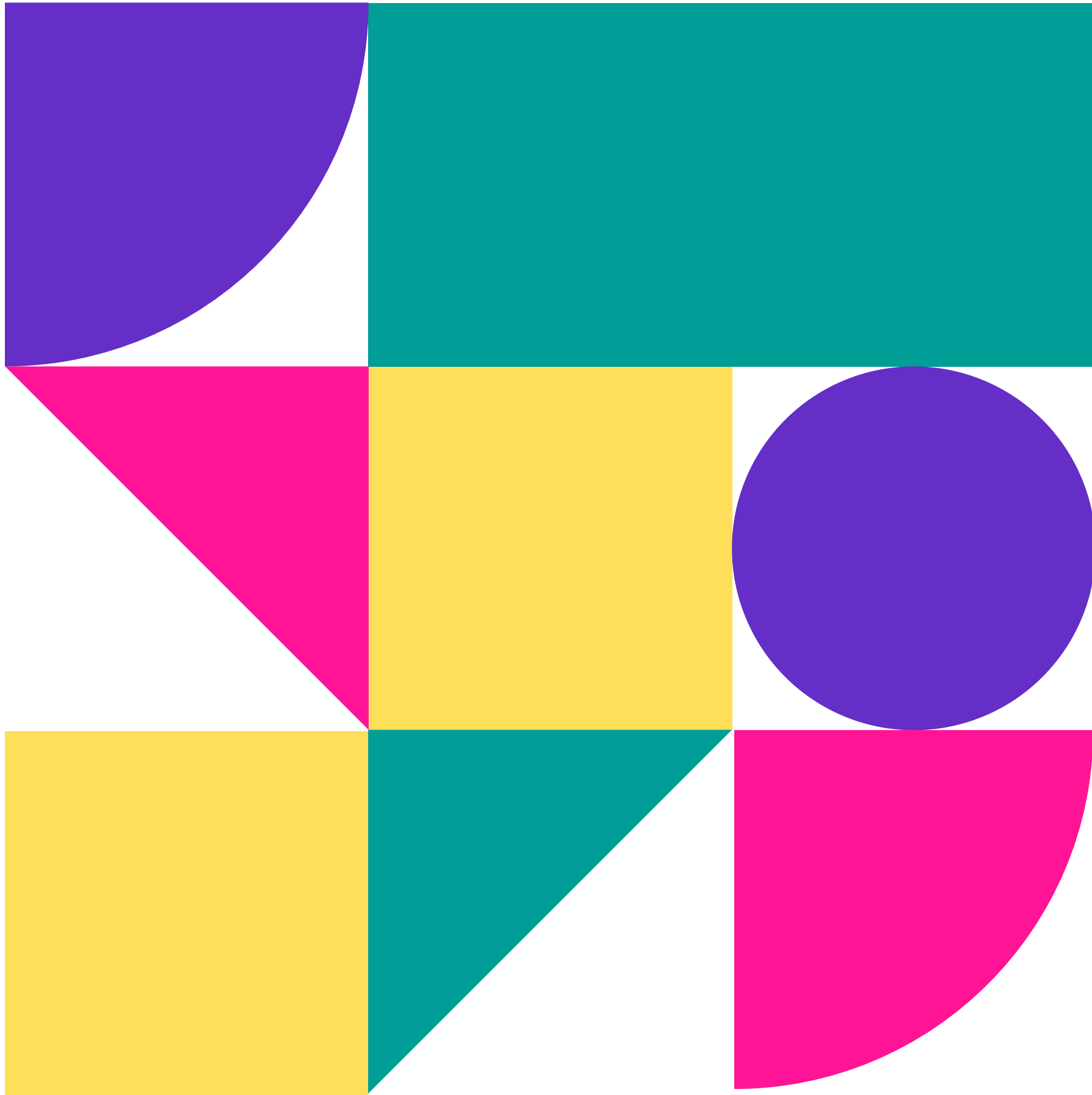
"La divisione è possibile solo se il primo numero è maggiore del secondo"

perciò $50 / 100$ diventa $100 : 50$



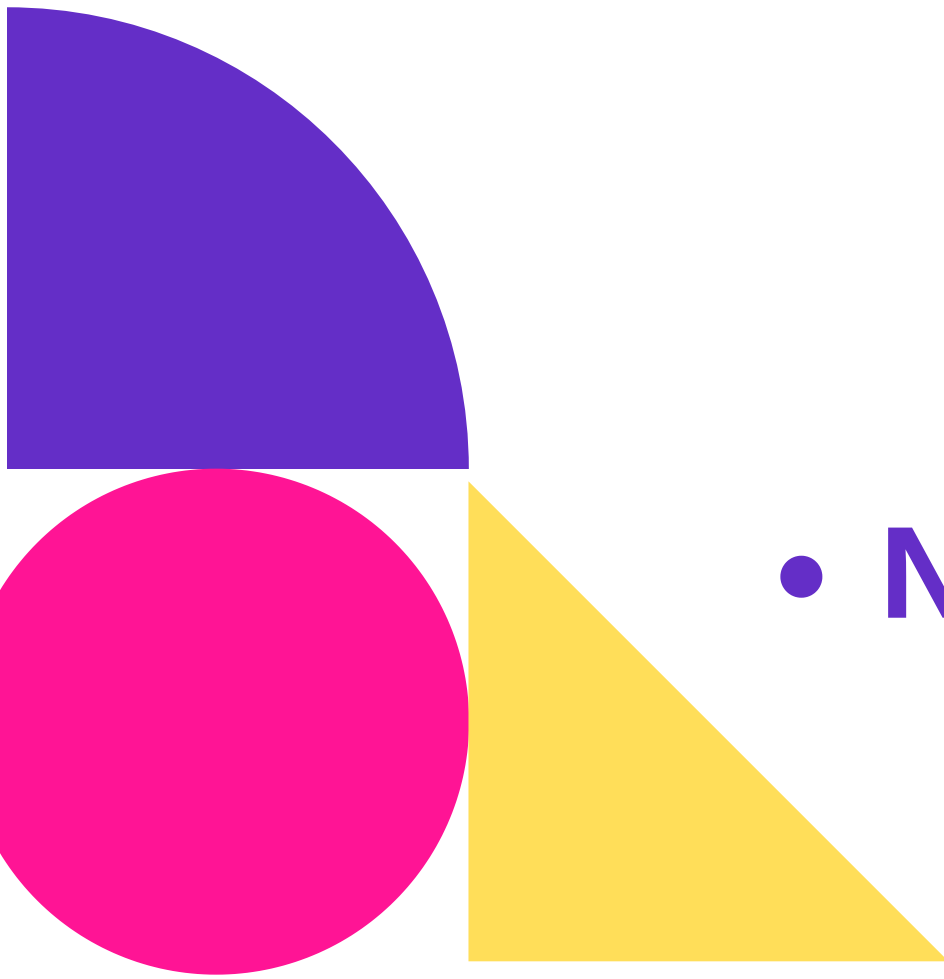
- Più l'ascoltatore è giovane...maggiore è la possibilità di incidere sulla sua immaginazione, conoscenza, formazione,... sia in senso *positivo* che *negativo*
- Ognuno di noi è
 - dopo* qualche altro formatore
 - prima* di qualcun altro

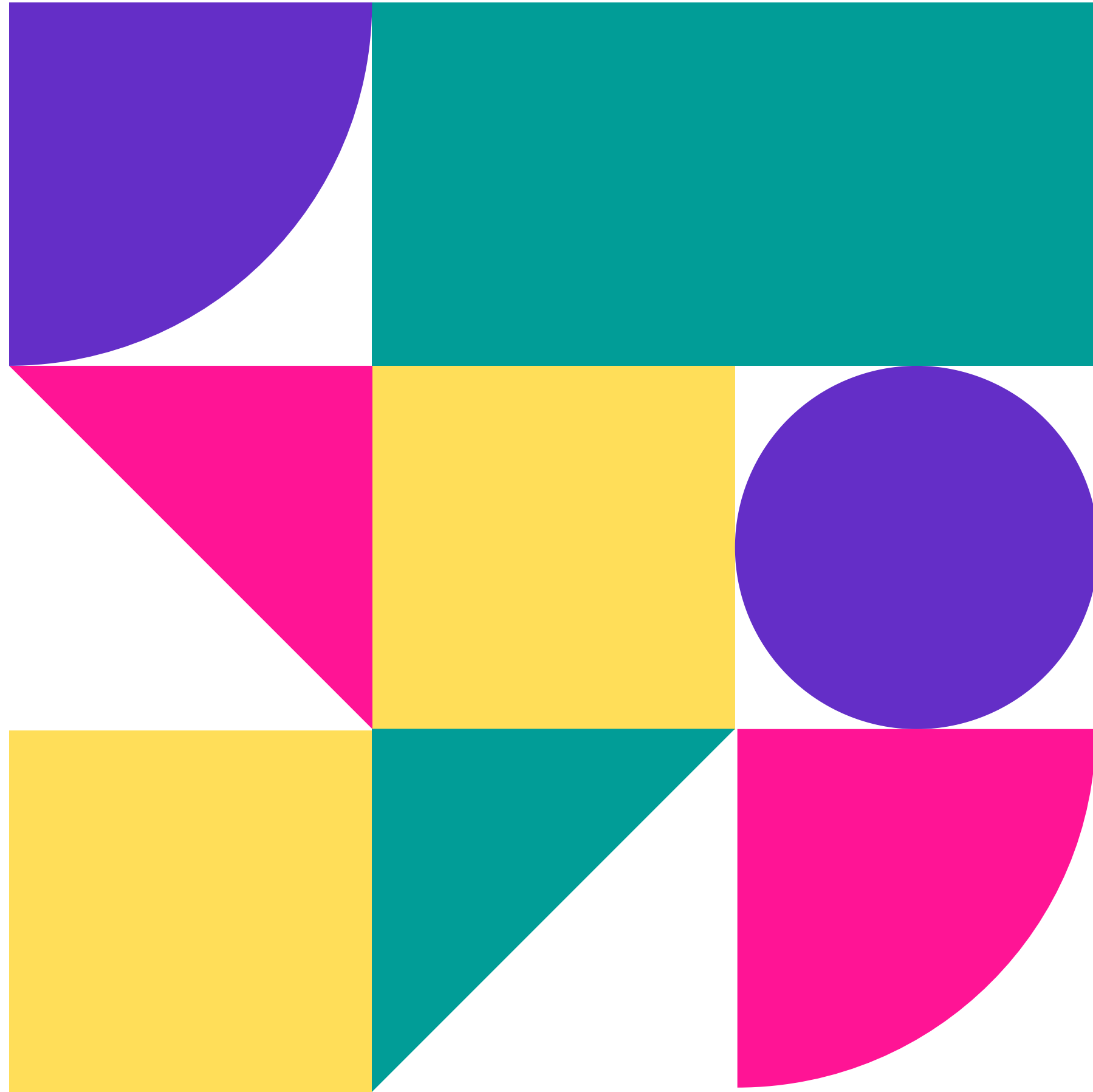




Il Tema : Le Frazioni

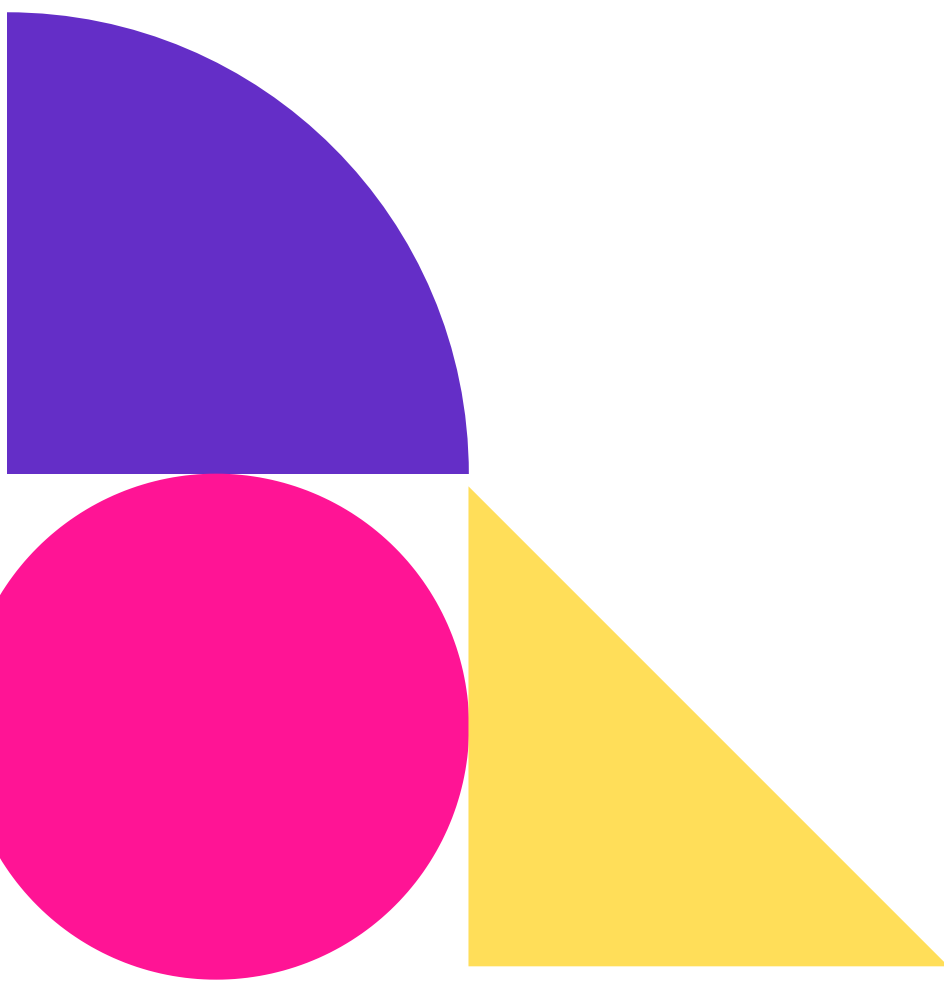
- **Concetto "intuitivo": dividere in parti uguali**
- **Scolasticamente si complica:**
 - **Operatore**
 - **Numero razionale**
 - **Rapporto tra espressioni**
- **Nodo concettuale in tutti i gradi scolastici**



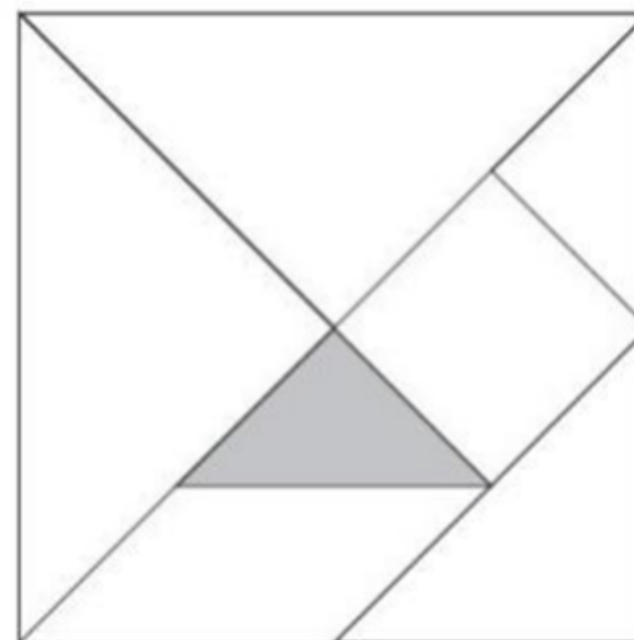


**Dal confronto
a un'idea di
progettazione
in verticale**

Il gioco del Tangram e un'area colorata: strategie ed errori



In figura è rappresentato il gioco del Tangram con i pezzi che lo compongono.



A quale frazione dell'area corrisponde il pezzo colorato?

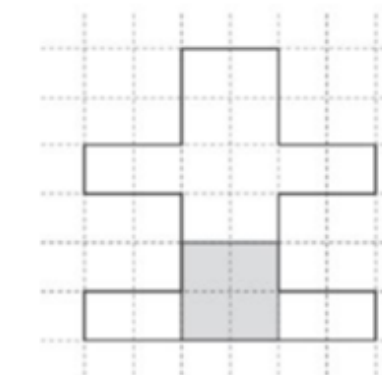
$$\frac{1}{7} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{15} \quad \frac{1}{16}$$

Spiega il tuo ragionamento.

A quale frazione dell'area della figura corrisponde la parte colorata?

$$\frac{1}{7} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{4}$$

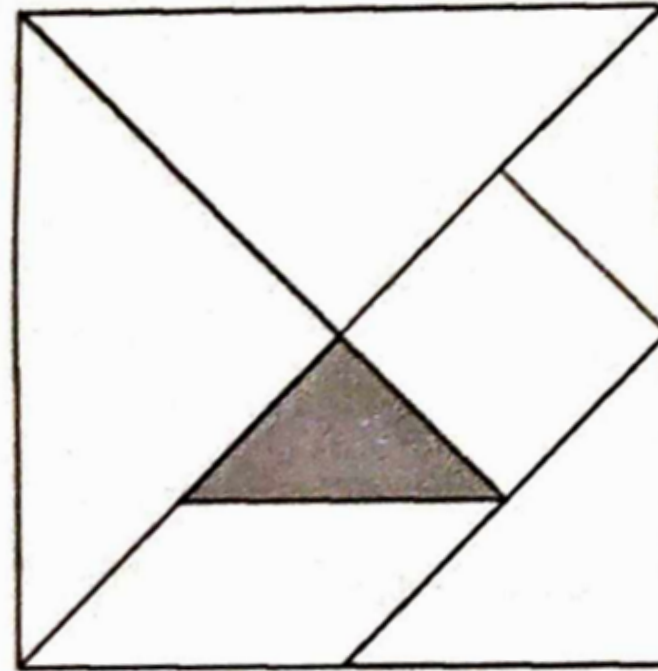
Spiega il tuo ragionamento.



MARIA CHIARA e
ROSANGELA

applicare una
procedura
in modo meccanico
oppure consapevole

MARIA CHIARA
In figura è rappresentato il gioco del Tangram con i pezzi che lo compongono.



A quale frazione dell'area corrisponde il pezzo colorato?

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{16}$

Spiega il tuo ragionamento.

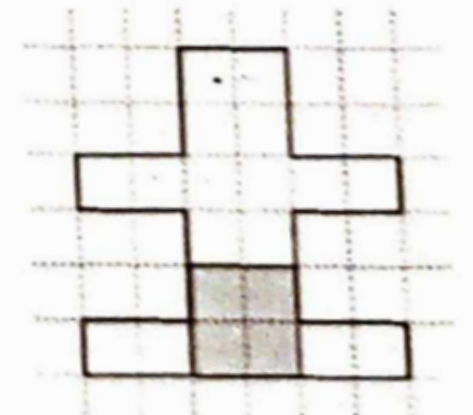
↑ I pezzi del tangram in totale sono 7 e, di questi, solo 1 è stato colorato

A quale frazione dell'area della figura corrisponde la parte colorata?

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$

Spiega il tuo ragionamento.

↑ In totale i quadrati da cui è composta l'area della figura sono 20 e la parte colorata corrisponde a 4 quadrati, quindi la frazione si può rappresentare con la frazione $\frac{4}{20}$, che, semplificata, diventa $\frac{1}{5}$.

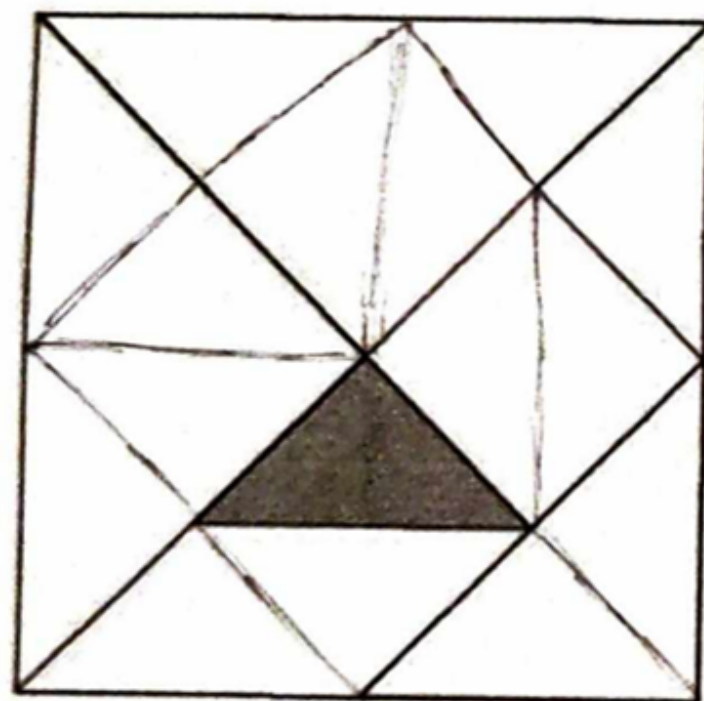


MARIA CHIARA e
ROSANGELA

applicare una
procedura
in modo meccanico
oppure
consapevole

ROSANGELA

In figura è rappresentato il gioco del Tangram con i pezzi che lo compongono.



A quale frazione dell'area corrisponde il pezzo colorato?

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{16}$

Spiega il tuo ragionamento.

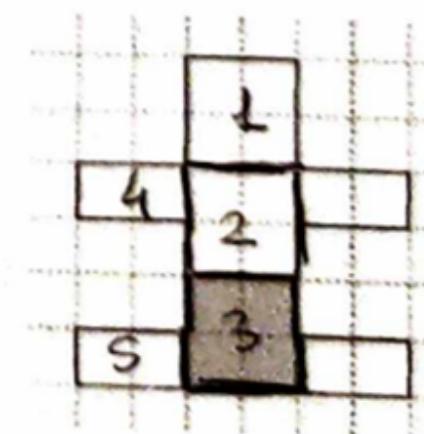
L'unità di misura è un Δ
nella figura è possibile disegnare 16 Δ uguali
solo un Δ è colorato su 16
1 triangolo colorato
su 16 presenti nella figura

A quale frazione dell'area della figura corrisponde la parte colorata?

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$

Spiega il tuo ragionamento.

L'unità di misura sono 4 $\square = 1$
ci sono 5 \square da 4 che sarebbero quelli indicati dal denominatore
e solo 1 di questi è colorato e per indicarlo si mette 1 al numeratore
quindi 1 quadrato colorato
su 5 sottomultipli



GIORGIO e SOFIA

ricordare l'ultimo
passo
della procedura e
applicare senza dare
senso

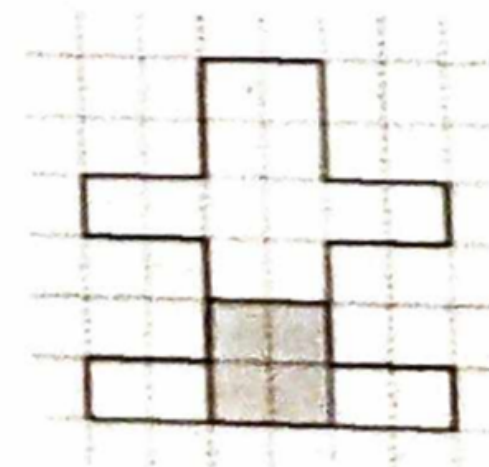
GIORGIO

A quale frazione dell'area della figura corrisponde la parte colorata?

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$

Spiega il tuo ragionamento.

$\frac{1}{4}$ perché la parte colorata
è di quattro quadrati.



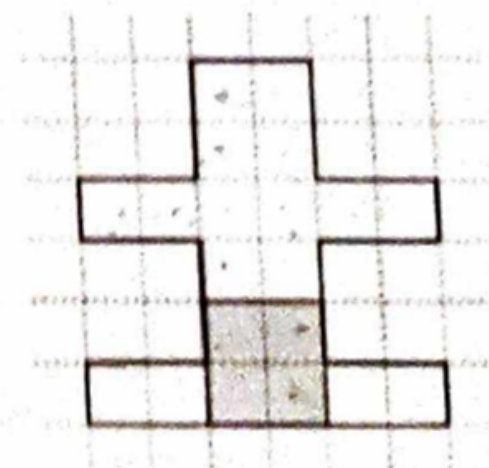
SOFIA

A quale frazione dell'area della figura corrisponde la parte colorata?

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$

Spiega il tuo ragionamento.

IL NUMERO DEI QUADRATI EVIDENZIATI CORRISPONDE AL DENOMINATORE DELLA FRAZIONE $\frac{1}{4}$, PERCIÒ DEDUCO CHE LA FRAZIONE CORRISPONDENTE ALL'AREA DELLA FIGURA SIA $\frac{1}{4}$.



**LEONARDO
e DAVIDE**

Learning by doing

dalla distribuzione
della cioccolata calda
al concetto di
FRAZIONAMENTO
(o divisione in **PARTI**
UGUALI).



Dal confronto a un'idea di progettazione in verticale

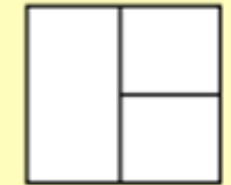
Frazione intesa come

OPERATORE

P
R
I
M
A
R
I
A

- **suddivisione** in d parti uguali di un intero
- $\frac{n}{d}$ in cui n è il numero di parti uguali che considero e d è il numero di parti uguali in cui sono stati suddivisi gli interi
- Rappresentazioni grafiche
- Frazioni **equivalenti** che si rappresentano graficamente suddividendo ancora una parte dell'intero

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$



Sec.

I
G
R
A
D
O

- **Definizione di frazione:** che cos'è e come si rappresenta
- **Scrittura** in forme diverse delle frazioni: a parole (“la metà di...”)
- con percentuali (“50% di...”)
- applicazioni in **problemi con i segmenti**
- **problemi della realtà** con percentuali e proporzioni
- geometria: **similitudine** triangoli

Sec.

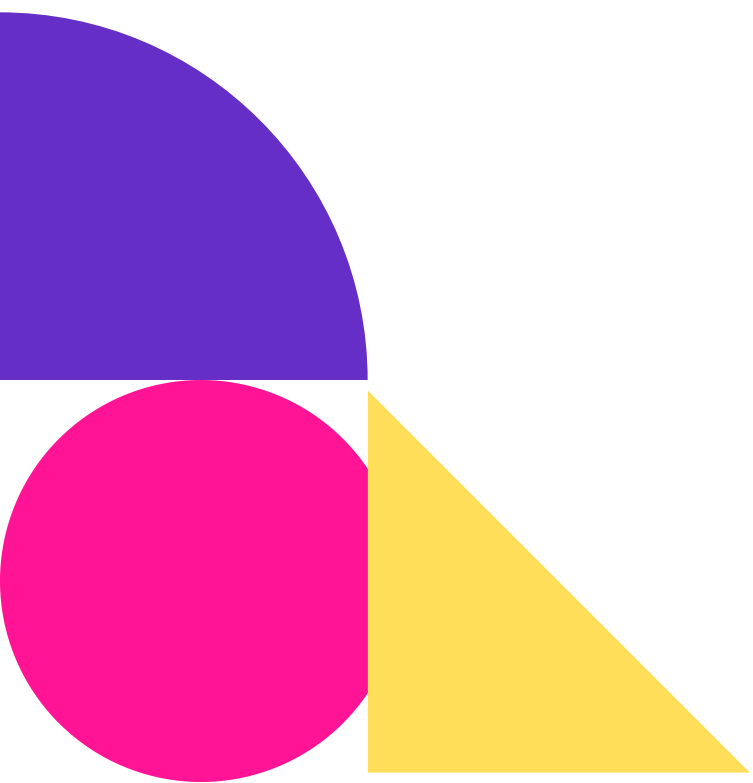
II
G
R
A
D
O

- **Scrittura** in forme diverse delle frazioni: a parole (“la metà di...”)
- con percentuali (“50% di...”)
- applicazioni in **problemi**
- problemi della realtà con **percentuali e proporzioni**
- geometria: **similitudine** triangoli

D25. Osserva le seguenti rappresentazioni di numeri.

50% $\frac{1}{2}$ 0,2 $\frac{5}{10}$

Cerchia tutte quelle che rappresentano lo stesso numero.



VITTORIA E CESARE

La frazione non solo
come operatore

D25. Osserva le seguenti rappresentazioni di numeri.

50% $\frac{1}{2}$ $0,2$ $\frac{5}{10}$

Cerchia tutte quelle che rappresentano lo stesso numero.

Perché sia 50% , che $\frac{1}{2}$, che $\frac{5}{10}$ rappresentano la metà dell'unità.

D25. Osserva le seguenti rappresentazioni di numeri.

50% $\frac{1}{2}$ $0,2$ $\frac{5}{10}$

Cerchia tutte quelle che rappresentano lo stesso numero.

RAPPRESENTANO TUTTE QUANTI LA METÀ
DI UN INTERO qualsiasi

LETIZIA

manca il concetto di frazione intesa come numero decimale

D25. Osserva le seguenti rappresentazioni di numeri.

50% $\frac{1}{2}$ 0,2 $\frac{5}{10}$

Cerchia tutte quelle che rappresentano lo stesso numero.

Ho scelto 50% perché rappresenta la metà di un intero ovvero 100% -
Ho scelto $\frac{1}{2}$ perché rappresenta la metà di un intero ovvero $\frac{2}{2}$ -
Ho scelto $\frac{5}{10}$ perché rappresenta la metà di un intero ovvero $\frac{10}{10}$ -
Non ho scelto 0,2 perché non è espresso l'intero se lo fosse sarebbe anche lui la metà di un intero

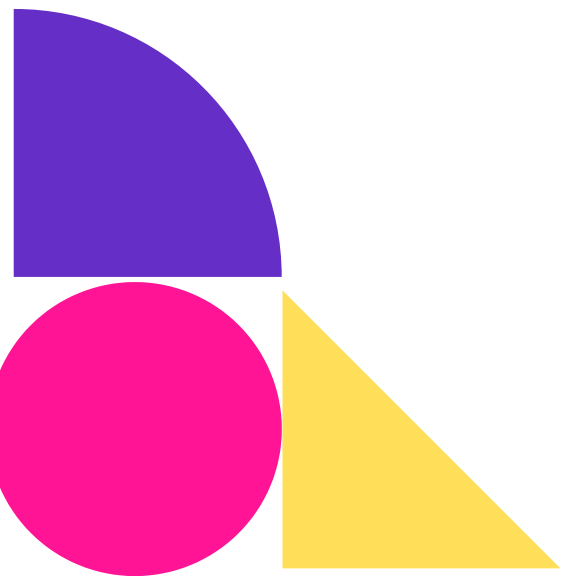
JACOPO

un altro limite è la difficoltà nella comprensione del testo
Non si legge tutta la consegna, non si comprende il linguaggio

D28. Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	$\frac{3}{2}$ è il triplo di 2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	$\frac{3}{2}$ è la metà di 3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c.	$\frac{3}{2}$ è il doppio di $\frac{3}{4}$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

la metà di 3 è 1,5
Il doppio di $\frac{3}{4}$ è $\frac{6}{4}$



Dal confronto a un'idea di progettazione in verticale

Frazione intesa come

NUMERO IN Q

- P
R
I
M
A
R
I
A
- **multiplo e divisore** di un numero naturale
 - numeri **interi e decimali**
 - **moltiplicazione e divisione** e loro **proprietà**
 - la proprietà invariantiva della divisione
 - quoziente esatto e quoziente approssimato
 - significato di resto di una divisione

Sec.

- I
G
R
A
D
O
- concetti di multiplo, divisore
 - **criteri di divisibilità**
 - definizione di numero **primo**
 - **scomposizione** in fattori primi
 - **m.c.m., M.C.D.**
 - **proprietà delle operazioni** e delle **potenze**
 - **frazioni equivalenti** per la proprietà invariantiva
 - **semplificazione** di frazioni

NUMERI POSITIVI

- definizioni e calcolo di **operazioni** con frazioni
- **confronto** tra frazioni e **rappresentazione** su retta orientata

NUMERI RELATIVI

- definizioni e calcolo di **operazioni** con frazioni
- **confronto** tra frazioni e **rappresentazione** su retta orientata

Sec.

- II
G
R
A
D
O
- frazioni **equivalenti** per la proprietà invariantiva
 - **semplificazione** di frazioni
 - definizioni e calcolo di **operazioni** con frazioni
 - **confronto** tra frazioni e **rappresentazione** su retta orientata

LUDOVICA

riconosce le uguaglianze tra rapporti, pur con difficoltà nel calcolo

50% $\frac{1}{2}$ $0,2$ $\frac{5}{10}$

Cerchia tutte quelle che rappresentano lo stesso numero.

Tutti questi numeri rappresentano la metà di un numero
 $50/100$ $1/2$ $5/10$ quindi, secondo me, rappresentano
tutti il numero 2

~~100/50~~ $100 \div 50 = 2$ $2 \div 1 = 2$ $10 \div 5 = 2$

Dal confronto a un'idea di progettazione in verticale

Frazione intesa come

RAPPORTO TRA ESPRESSIONI

P
R
I
M
A
R
I
A

- ordine delle operazioni in un'espressione

Sec.

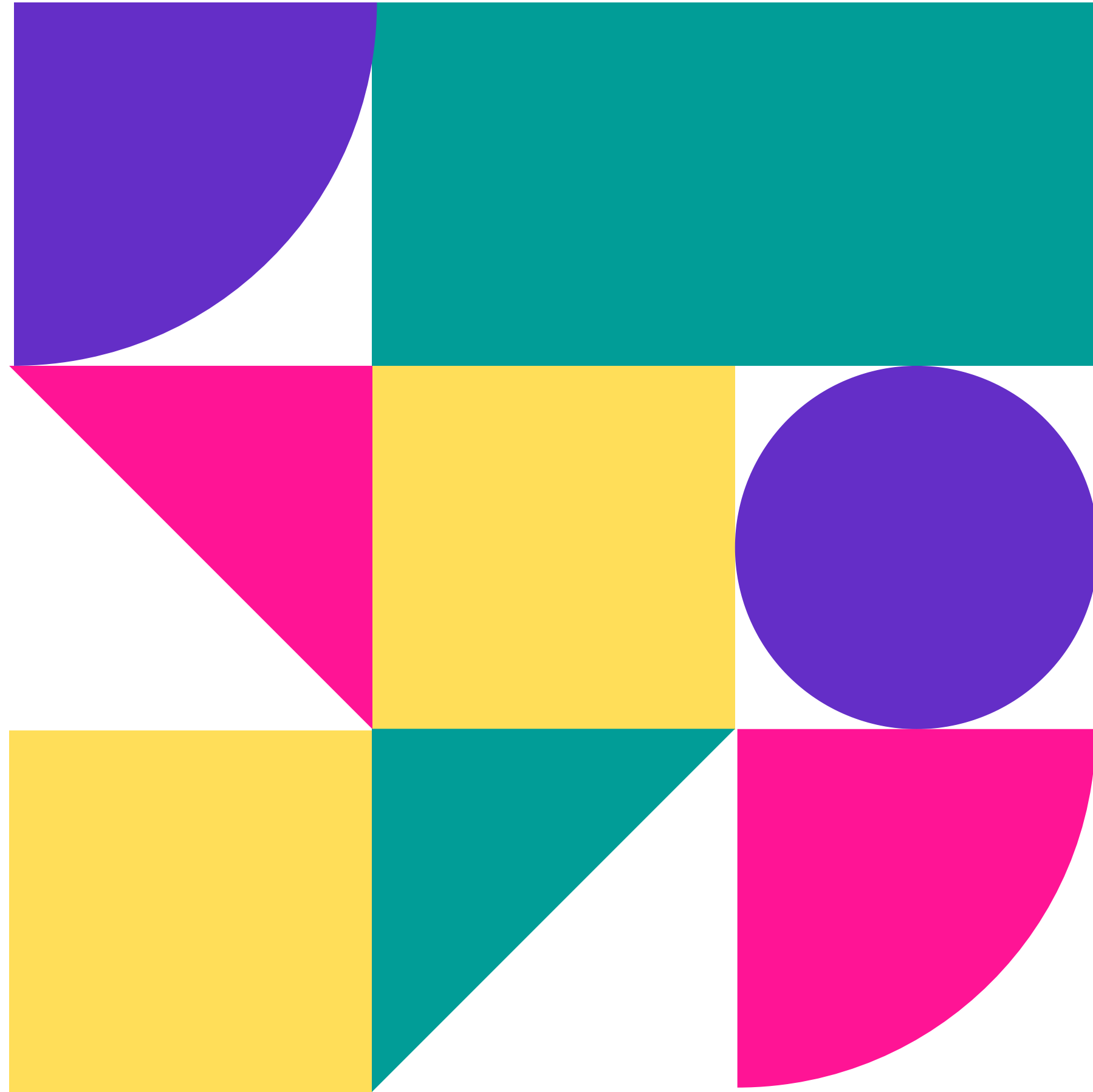
I
G
R
A
D
O

- rapporto tra grandezze
- proporzioni
- grandezze direttamente e inversamente proporzionali
- espressioni con frazioni

Sec.

II
G
R
A
D
O

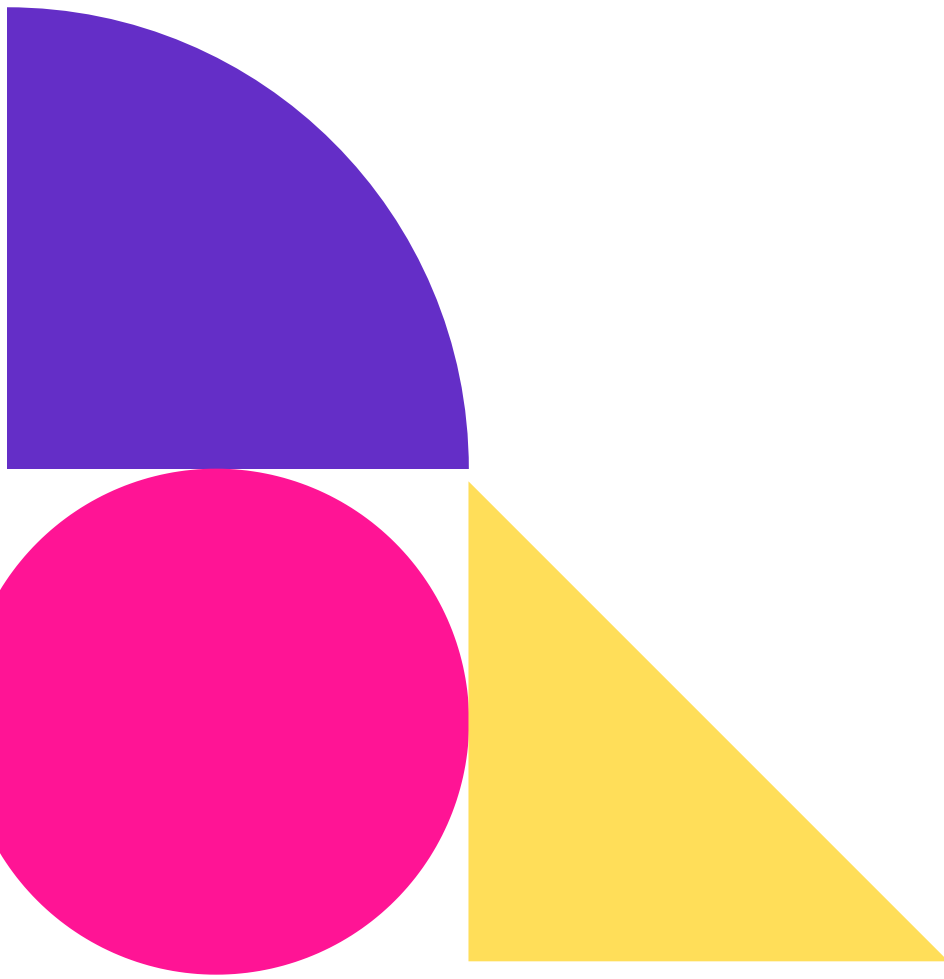
- definizione di frazione **algebraica**
- semplificazione di frazioni
- calcolo di operazioni con frazioni
- **equazioni e disequazioni fratte razionali**
- **equazioni e disequazioni** esponenziali, logaritmiche, irrazionali ,... **fratte**
- **probabilità**
- **trigonometria**: rapporti goniometrici, teoremi dei triangoli
- **studio di funzioni** fratte
- rapporto incrementale e **derivata**
- calcolo di **integrali indefiniti**



**Difficoltà:
come superarle?**

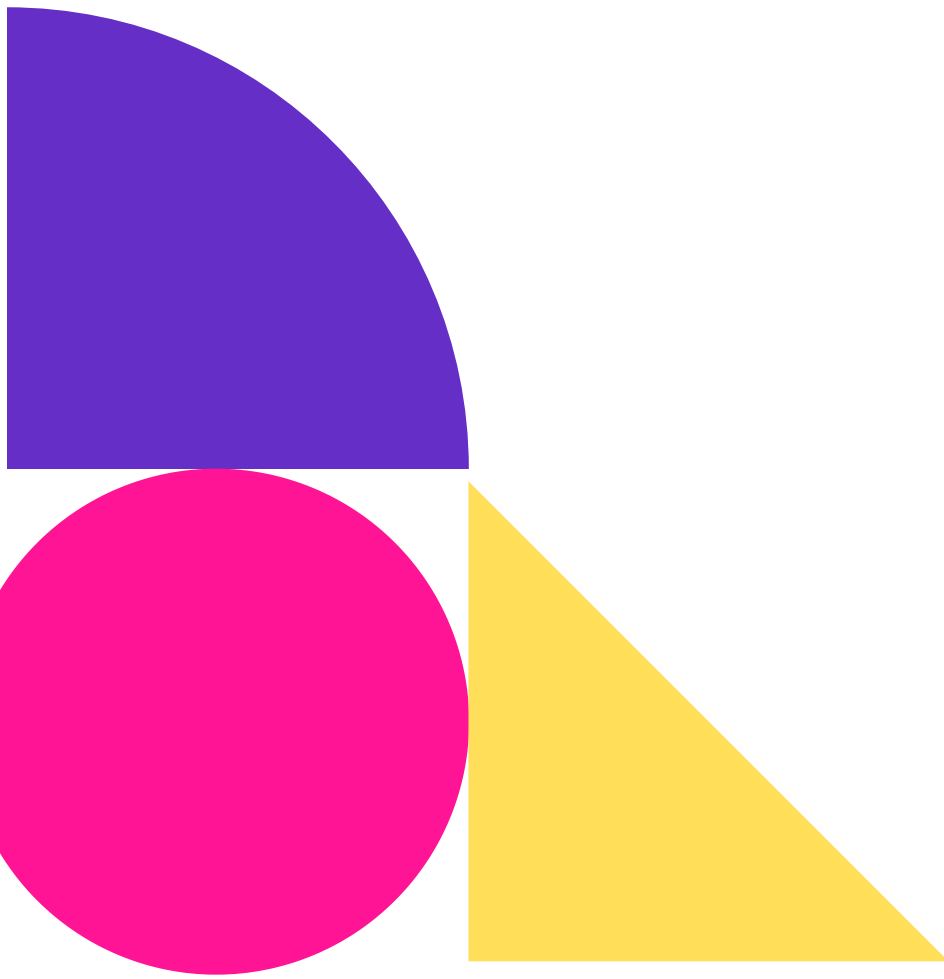
Difficoltà: come superarle?

- **L'importanza dell'errore**
- **Far parlare alunne/i**
 - chiedere la motivazione delle loro scelte
- **Costruzione di un vocabolario**
- **Fare attività pratiche manuali:**
 - colorare, ritagliare , piegare la carta



RYAN dice:

**" Credo che 50% sia corretto
perchè quando lo vedo sulla
batteria del cellulare capisco che
sono a metà"**

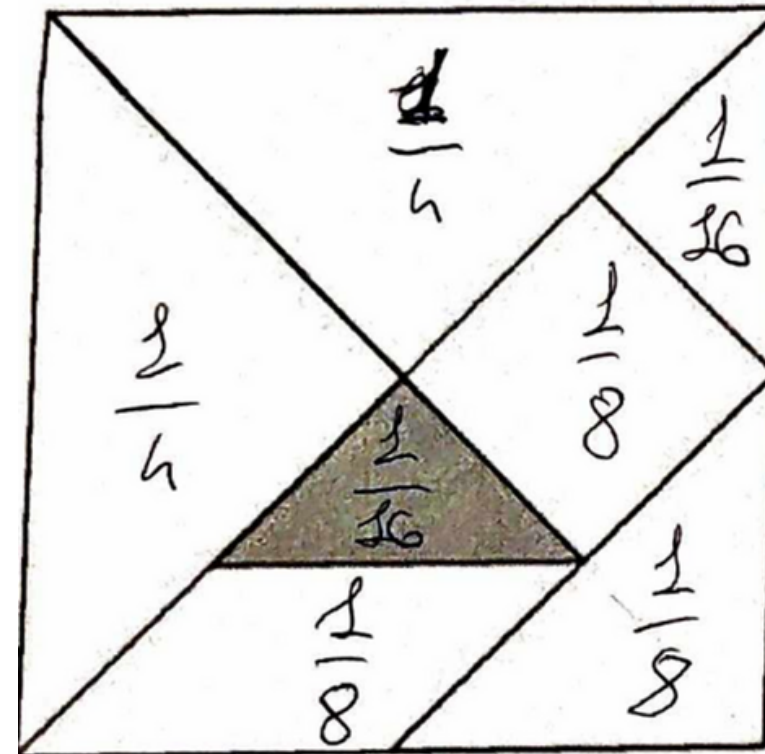


VITTORIO

forse ha incontrato
insegnanti che con lui
hanno piegato la carta,
ritagliato,
riflettuto sul significato, ...

VITTORIO

In figura è rappresentato il gioco del Tangram con i pezzi che lo compongono.



A quale frazione dell'area corrisponde il pezzo colorato?

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{16}$

Spiega il tuo ragionamento.

$$1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$$

Frazioni: dall'intuizione agli ostacoli successivi. Una riflessione sul percorso verticale

**Queste riflessioni nascono dal gruppo di lavoro del
«Laboratorio di riflessione didattica sulla matematica»
de La Casa degli insegnanti**

Maria Battù

Alessia Belli

Ilaria Bonino

Maria Cantoni

Gianluca Filippin

Riccardo Husse

Luca Laboranti

Monica Pace

Flavia Piazza

Hedwige Pinto

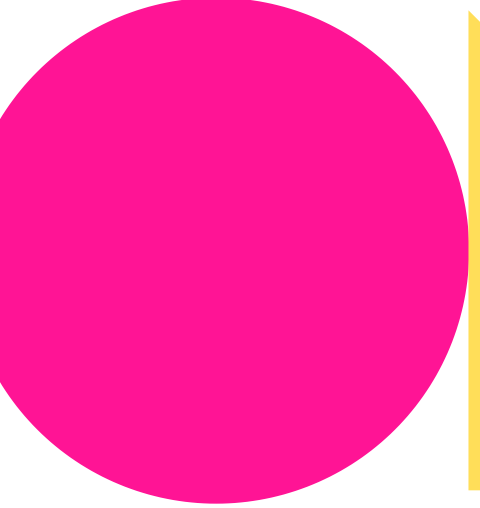
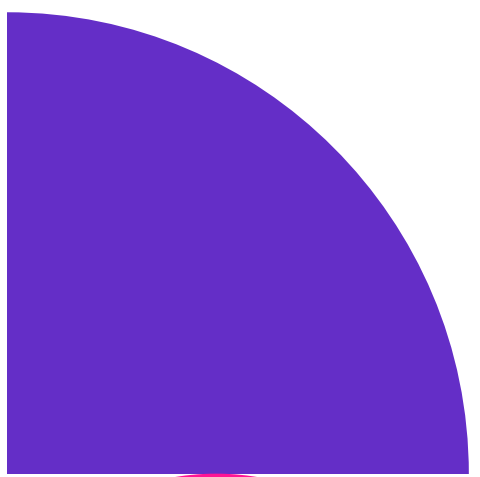
Daria Prini

Federica Refranco

Ada Sargenti

Claudia Testa

Valentina Zoccheddu





GRAZIE
Per l'attenzione



La Casa degli Insegnati APS