

INTRODUZIONE AL PENSIERO PROBABILISTICO: ATTIVITÀ DIDATTICHE IN VERTICALE

Francesca Martignone, Marta Saccoletto, Maria Cristina Vernerò



UNIVERSITÀ DEL PIEMONTE ORIENTALE



Istituto Comprensivo
Paolo e Rita Borsellino



I GRUPPI DI RICERCA-AZIONE

- ❖ ***Gruppo di ricerca-azione nel primo ciclo di istruzione***



- ❖ ***Gruppo di ricerca-azione nel secondo ciclo di istruzione***



INSEGNAMENTO E APPRENDIMENTO DELLA PROBABILITÀ

- Introduzione al pensiero probabilistico presente fin dalla scuola primaria nei Traguardi per lo sviluppo delle competenze e Obiettivi di apprendimento delle **Indicazioni Nazionali per il primo ciclo di istruzione**.
- **Ricerche nazionali e internazionali** in educazione sottolineano la necessità di porre maggiore attenzione ai processi di insegnamento-apprendimento riguardanti la probabilità (D'amore, 1992; Batanero, 2020).
- Sviluppare **processi argomentativi** e la comunicazione in matematica (Ferrari, 2021) e in particolare in problem solving di probabilità (Saccoletto, 2023)



METODOLOGIA



DIDATTICA
LABORATORIALE
DISCUSSIONI
MATEMATICHE



ARGOMENTAZIONE
PROBLEM SOLVING



The background of the slide is a dense, overlapping pile of colorful dice in various shades including green, blue, red, orange, and purple. The dice are scattered across the entire frame, creating a vibrant and playful texture. The text is overlaid on this background.

ESPERIENZE DIDATTICHE DEL PRIMO CICLO

Giochiamo con i dadi!



INSEGNANTI E RICERCATORI

Comunità di indagine

*che nasce da un'idea del Dirigente Scolastico Maurizio
Primo Carandini*

Il Gruppo è formato da:

- ❖ **16 docenti di scuola primaria e secondaria di primo grado** dell'I.C. Paolo e Rita Borsellino e dell'I.C. Campi - Civitella (TE)
- ❖ Prof. Pier Luigi Ferrari, Prof.ssa Francesca Martignone, Dott. Daniele De Giorgi, Dott.ssa Marta Saccoletto (**Ricercatori dell'Università del Piemonte Orientale**)



OBIETTIVI DEL GRUPPO

- diventare una **comunità di pratica** e di indagine
- progettare, svolgere e analizzare diversi percorsi didattici **in verticale e di lungo termine**
- focalizzare l'attenzione su problemi, metodologia laboratoriale e soprattutto sull'**argomentazione (orale e scritta)**
- sviluppare percorsi di didattica innovativa in linea con **le Indicazioni Nazionali** e che tengano conto dei risultati della **ricerca in didattica della matematica.**



LE ATTIVITÀ NEGLI ANNI

2018-2024 Risolvere problemi: quesiti Invalsi, rappresentazione pittorica, dati inutili e dati nascosti, area e perimetro di figure piane, proporzionalità, probabilità. Ragioniamo con i numeri. Giochiamo con i dadi.

2024-2025 Progetto di outdoor education-
prima parte

2025-2026 Progetto di outdoor education-
seconda parte



FASI DI LAVORO

Scelta temi e selezione quesiti



Scheda di progettazione: analisi a priori



Somministrazione quesiti in modalità
laboratoriale



Confronto sui risultati ottenuti: analisi a
posteriori

SCHEDA DI PROGETTAZIONE

- Contesto
- Obiettivi
- Programmazione
- Competenze Richieste
- Possibili Strategie risolutive
- Possibili Errori
- Valutazione Formativa degli elaborati

Scuola: ISTITUTO COMPRENSIVO "PAOLO E RITA BORSELLINO"

GIOCHIAMO CON I DADI

Classi coinvolte Scuola Primaria
Periodo e durata della sperimentazione Novembre 2022 2 h parte teorica 2 h per fase del gioco-sperimentazione 2 h per la discussione – confronto 1 h per la risoluzione della situazione problematica
Caratteristiche del contesto classe
Obiettivi generali della sperimentazione in relazione ai traguardi per lo sviluppo delle competenze scritti nelle Indicazioni Nazionali e allo sviluppo delle competenze chiave
Elenco delle lezioni programmate e descrizione delle consegne e della metodologia
<u>Prima lezione: fase teorica</u>
<u>Seconda lezione: fase del gioco-sperimentazione</u>
<u>Terza lezione: fase di confronto</u>
<u>Quarta lezione: Risoluzione situazione problematica</u>
<u>Modalità di valutazione</u>
Elenco allegati: quesiti che saranno somministrati

The background of the slide is a dense, overlapping pile of colorful dice. The dice are in various colors including green, blue, red, orange, yellow, and purple. They are scattered across the entire frame, creating a vibrant and playful texture. The text is centered over this background.

GIOCHIAMO CON I DADI

Scuola primaria



SCUOLA PRIMARIA

Lancio di due
dadi:
somma punteggi

TABELLA A DOPPIA ENTRATA - TUTTI I CASI POSSIBILI (1a - 2a - 3a)

TABELLA A DOPPIA ENTRATA - TUTTI I CASI POSSIBILI (4a - 5a)

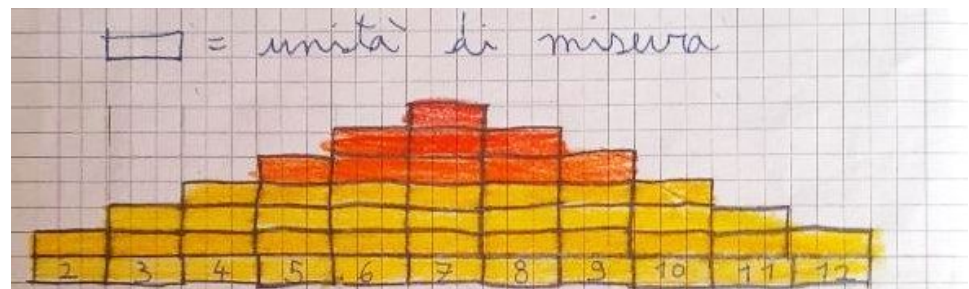
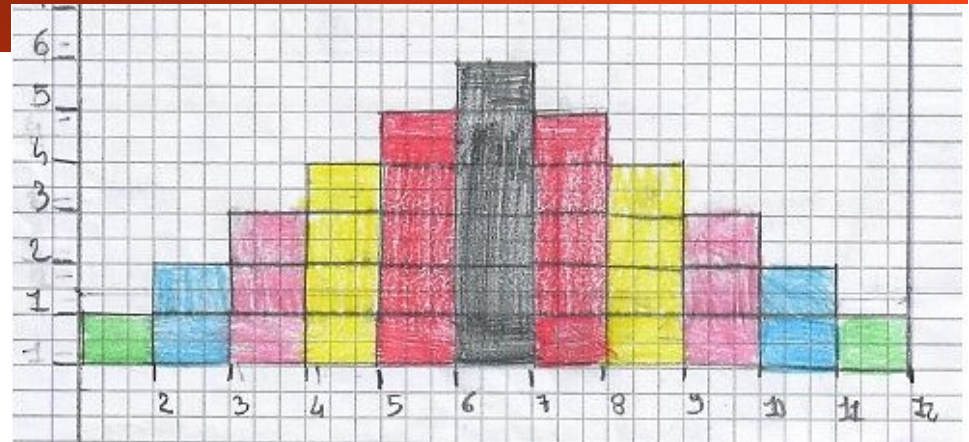
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						



SCUOLA PRIMARIA

TABELLA A DOPPIA ENTRATA - TUTTI I CASI POSSIBILI (4a-5a)

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12



Se 7 ha la torre più alta
e quindi ha più possibilità
di uscire e il 2 e il 12
hanno la torre più bassa e
quindi hanno meno possibilità
di uscire.

SCUOLA PRIMARIA

(Lavoro a coppie): Provate ora a lanciare i due dadi per 50 volte e registrate nella seguente tabella i punteggi ottenuti.

Somma uguale a ...	su 50 lanci	totale crocette
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		



SCUOLA PRIMARIA

(lavoro a coppie) Risolvete il seguente quesito:

Maria dice che lanciando 2 dadi é più probabile che esca come somma 9 rispetto alla somma 5.

Secondo te, ha ragione?

Se sì, perché?.....

.....

Se no, perché?.....

.....



Classi terze

Se no, perché Maria non ha ragione perché non dice quante volte lancia il dado e non è probabile che il 3 esca più volte o viceversa

Nella tabella a doppia entrata il 3 e il 5 è sicuro che escono sempre 4 volte

Se si, perché?

H.R./G.

Se no, perché Maria non ha ragione perché non dice quante volte lancia i dadi. Con 10 lanci il 9 è uscito più volte del 5. Con 50 lanci il 5 è uscito più volte del 9.

Classi quinte

Pietro:

“Mi è uscito 4 volte il punteggio 5 e neanche una volta il punteggio 9, ma questo non vuol dire che il 9 abbia meno probabilità di uscita.”



The background of the slide is a close-up, slightly blurred image of many colorful dice (red, green, blue, yellow, purple) scattered together. The dice are six-sided and have white pips. The text is overlaid on this background.

GALILEO: «SOPRA LE SCOPERTE DE I DADI»

Scuola secondaria di I grado



SCOPO DEL LAVORO

Il quesito posto a Galileo dai giocatori d'azzardo dell'epoca

Lanciando tre dadi ...

...ancor che il 9 e 'l 12 in altrettante maniere si componghino in quante il 10 e 'l 11, per lo che di eguale uso devriano esser reputati, si vede non di meno che la lunga osservazione ha fatto da i giocatori stimarsi più vantaggiosi il 10 e l'11 che 'l 9 e 'l 12.

“Lanciando 3 dadi, le somme 9 e 10 si ottengono entrambe con sei triplette di numeri (il 9 si compone con 1.2.6, 1.3.5, 1.4.4, 2.2.5, 2.3.4, 3.3.3, e il 10 con 1.3.6, 1.4.5, 2.2.6, 2.3.5, 2.4.4, 3.3.4). Ma allora perché, nella pratica, si osserva che è più frequente ottenere 10 piuttosto che 9?”



ANALISI A PRIORI

SVOLTA DAGLI INSEGNANTI

- Analisi del quesito posto a Galileo
- Reformulazione del testo adattandolo al contesto
- Compilazione della scheda di progettazione



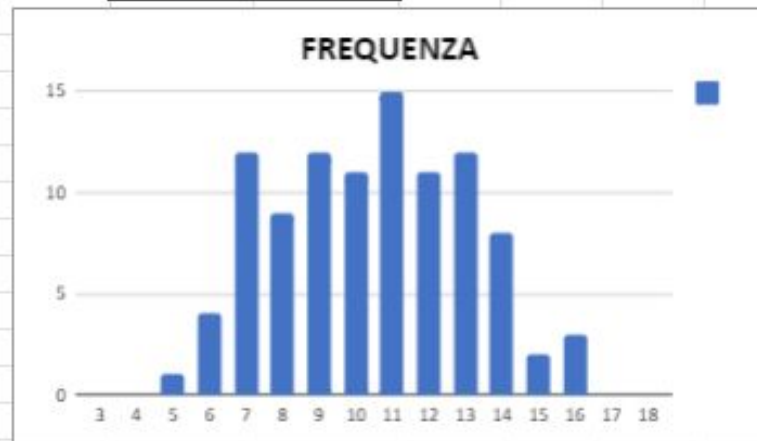
PRIMA ATTIVITÀ

- Introduzione al problema
- Distribuzione dadi e compilazione file



IL FOGLIO DI CALCOLO

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	N LANCIO	DADO 1	DADO 2	DADO 3	SOMMA		CLASSI	FREQUENZA				
2	1	2	1	4	7		3	0				
3	2	6	1	2	9		4	0				
4	3	1	6	5	12		5	1				
5	4	4	5	5	14		6	4				
6	5	4	3	4	11		7	12				
7	6	1	6	3	10		8	9				
8	7	2	4	3	9		9	12				
9	8	4	3	1	8		10	11				
10	9	1	6	4	11		11	15				
11	10	3	6	5	14		12	11				
12	11	3	6	4	13		13	12				
13	12	3	5	3	11		14	8				
14	13	3	1	3	7		15	2				
15	14	5	4	2	11		16	3				
16	15	3	3	6	12		17	0				
17	16	5	2	1	8		18	0				
18	17	1	4	5	10							
19	18	4	4	5	13							
20	19	6	5	3	14							
21	20	5	2	5	12							
22	21	1	1	4	6							
23	22	1	5	2	8							
24	23	3	5	2	10							
25	24	3	5	4	12							
26	25	3	2	5	10							
27	26	6	3	5	14							
28	27	5	2	6	13							
29	28	2	6	4	12							
30	29	4	6	3	13							
31	30	2	6	2	10							



RISULTATI OTTENUTI

GRAFICO CLASSE 3C
(1000 lanci)

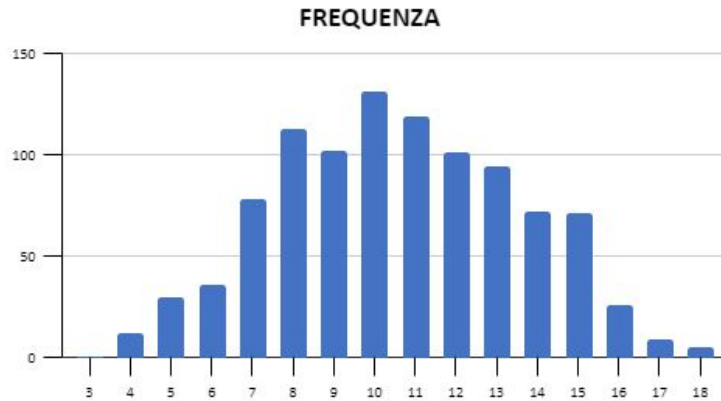


GRAFICO CLASSI 3ASA, 3BSA, 2G
(2400 lanci)

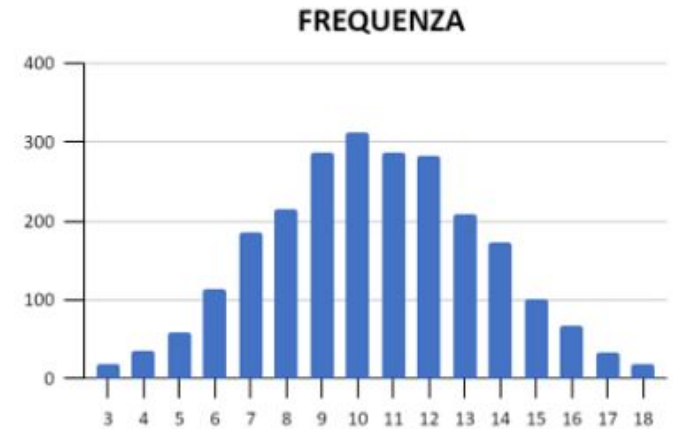
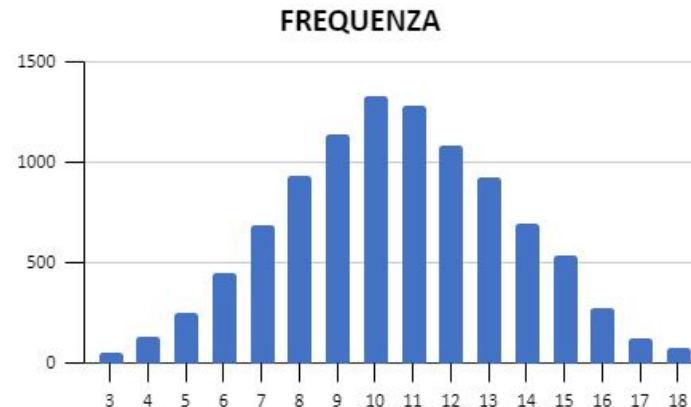


GRAFICO TOTALE - TUTTE LE CLASSI
(10000 lanci)



Il quesito proposto in classe

Quesito posto da Galileo ai giocatori d'azzardo

“Lanciando 3 dadi, le somme 9 e 10 si ottengono entrambe con sei triplette di numeri (il 9 si compone con 1.2.6, 1.3.5, 1.4.4, 2.2.5, 2.3.4, 3.3.3, e il 10 con 1.3.6, 1.4.5, 2.2.6, 2.3.5, 2.4.4, 3.3.4). Ma allora perché, nella pratica, si osserva che è più frequente ottenere 10 piuttosto che 9?”

Risposta di Galileo

https://fundacionorotava.org/media/web/files/page145_cap_01_05_Barra.pdf



PROTOCOLLI

Nella pratica, il numero 10 si ^{viene estratto} trova più frequentemente del numero 9, perché, anche se hanno lo stesso numero di combinazioni, ha più varietà di possibilità, per colpa del 9, che con l'estrazione 3,3,3 ~~perde~~ perde 2 varietà di possibilità che rendono il 10 leggermente più comune.

Filippo Nella pratica il numero 10 viene estratto più frequentemente del numero 9 perché anche se hanno lo stesso numero di combinazioni, ha più varietà di possibilità, per colpa del 9, che con l'estrazione 3,3,3, perde due varietà di possibilità che rendono il 10 leggermente più comune.

Classe prima
secondaria di primo grado



	basso		alti			
9).	• 1; 3; 5	• 2; 3; 4	• 6; 1; 2	• 5; 2; 2	• 4; 4; 1	• 3; 3; 3
	• 1; 5; 3	• 2; 4; 3	• 6; 2; 1	• 2; 5; 2	• 4; 1; 4	
	• 5; 3; 1	• 3; 4; 2	• 2; 6; 1	• 2; 2; 5	• 1; 4; 4	
	• 5; 1; 3	• 3; 2; 4	• 2; 1; 6			
	• 3; 5; 1	• 4; 2; 3	• 1; 2; 6			
	• 3; 1; 5	• 4; 3; 2	• 1; 6; 2			
						} 25
10).	• 1; 4; 5	• 2; 3; 5	• 6; 1; 3	• 6; 2; 2	• 4; 3; 3	• 2; 4; 4
	• 2; 5; 4	• 2; 5; 3	• 6; 3; 1	• 2; 6; 2	• 3; 4; 3	• 4; 2; 4
	• 4; 1; 5	• 3; 2; 5	• 3; 1; 6	• 2; 2; 6	• 3; 3; 4	• 4; 4; 2
	• 4; 5; 2	• 3; 5; 2	• 3; 6; 1			
	• 5; 1; 4	• 5; 3; 2	• 1; 6; 3			
	• 5; 4; 1	• 5; 2; 3	• 1; 3; 6			
						} 27

Classe seconda
secondaria di primo grado



Classe terza

- Scrivi tutti i modi in cui hai ottenuto il 9 e il 10

Ho ottenuto il 9

5 1 3
4 1 4
2 1 6
2 4 3
6 1 2
4 4 1
1 2 6
2 6 1
4 3 2

Ho ottenuto il 10

- 3 5 2
- 6 1 3
- 2 4 4
- 3 1 6
- 5 2 3
- 4 4 2
- 5 3 2
- 3 3 4
- 1 3 6
- 4 3 3
- 3 3 4
- 3 3 4
- 2 5 3
- 6 1 3
- 2 4 4
- 3 2 5

- Ci sono altri modi?

Un altro modo per ottenere il 9 sarebbe quello di lanciare i dadi e ottenere per esempio le facce 1, 1 e 7 perché $1+1+7=9$

Altri modi ~~per~~ per ottenere il 9 sarebbero quelli di invertire i numeri già ottenuti ad esempio

$5+1+3=3+1+5$

$4+1+4$ oppure $4+4+1=1+4+4$

Il valore è lo stesso ma cambia solo la posizione dei numeri ottenuti sulle facce

- un altro modo per ottenere il 10 sarebbe quello di lanciare i dadi e ottenere per le facce i numeri 6, 2, 2, 0, 4, 1, 5 perché $6+2+2=10$

$$4+1+5=10$$

- altri modi di ottenere il 10 sarebbero quelli di invertire i numeri già ottenuti ad esempio

$4+3+3=3+3+4$ o $3+4+3$

Il valore è lo stesso ma cambia la posizione dei numeri ottenuti sulle facce

- Lanciando 3 dadi, le somme 9 e 10 si ottengono entrambe con 6 gruppi di 6 numeri, ma allora i giocatori avevano osservato che era più frequente ottenere il 10 piuttosto che 9?

da tripletta 6 3 1 come quella 5 4 1 e 5 3 2 generano 6 modi diversi per ottenere 10

6 3 1	5 4 1	5 3 2
6 1 3	5 1 4	5 2 3
3 6 1	4 5 1	3 5 2
3 1 6	4 1 5	3 2 5
1 3 6	1 5 4	2 3 5
1 6 3	1 4 5	2 5 3

Invece la tripletta 6 2 2 come quella 4 4 2 e 4 4 3 generano solo 3 modi diversi per ottenere 10 (perché hanno 2 numeri uguali)

6 2 2	4 4 2	4 3 3
2 6 2	2 4 2	3 4 3
2 2 6	2 2 4	3 3 4

In totale per ottenere 10 ci sono 27 triplette

Dopo aver scritto tutte le triplette del 10 ci siamo accorti che le triplette con tutti i numeri diversi generano un totale di 6 triplette.

Quelle con 2 numeri uguali generano un totale di 3 triplette

e quelle con tutti i numeri uguali generano 1 sola tripletta.

La stessa cosa vale per le triplette del 9 quindi in totale sono 25

6 2 1	5 3 1	4 3 2
6 1 2	5 1 3	4 2 3
2 1 6	3 1 5	2 4 3
2 6 1	3 5 1	2 3 4
1 2 6	1 5 3	3 2 4
1 6 2	1 3 5	3 4 2
5 2 2	4 4 1	
2 5 2	1 4 4	
2 2 5	4 1 4	
3 3 3		

Quindi ci sono 27 modi diversi per ottenere 10 e 25 per ottenere 9

quindi è più probabile ottenere 10

Ragionamento collettivo

Osservando la tripletta 6-3-1 ci siamo accorti che nasconde 6 modi diversi di ottenere 10

lo stesso accade con tutte le triplette formate da 3 numeri diversi, le triplette con due numeri uguali nascondono 3 modi diversi.

Quindi otterremo 27 modi diversi per comporre il

Classe terza

10 e 25 modi diversi per comporre il 9

Poiché lanciando un dado i casi possibili sono 6

lanciando 2 dadi i casi possibili sono 36 e lanciando

3 dadi i casi possibili sono 216

la probabilità di ottenere 10 è di $\frac{27}{216}$ e quella di ottenere 9 è di $\frac{25}{216}$

quindi il 10 ha più probabilità di uscirne

COMMENTI PROTOCOLLI CON GLI ALUNNI

- Non sempre pratica e teoria corrispondono
- A volte la somma 10 è uscita meno volte che la somma 9
- Alcune triplette non sono mai uscite altre si sono ripetute più volte
- All'aumentare del numero dei lanci la probabilità frequentista si avvicina alla probabilità classica
- L'attività pratica dei dadi e l'uso del PC sono risultati più coinvolgenti rispetto a quesiti puramente teorici



VALUTAZIONE

- **Analisi, interpretazione e rappresentazione dei dati:** raggiunto dalla maggior parte dei ragazzi
- **Chiarezza nell'esposizione:** parzialmente raggiunto
- **Strategie risolutive:** parzialmente raggiunto

CLASSI COINVOLTE		N° ALUNNI
PRIMARIA	CLASSI TERZE	50
	CLASSI QUARTE	36
	CLASSI QUINTE	31
SECONDARIA	CLASSI PRIME	42
	CLASSI SECONDE	86
	CLASSI TERZE	117
	TOTALE	362



CONCLUSIONI

Per gli studenti e le studentesse:

- Potenziamento competenze comunicative e argomentative
- Maggior sicurezza e motivazione nell'affrontare i problemi
- Coinvolgimento attivo di tutti



ATTIVITÀ 2022-23:

GIOCHIAMO CON I DADI

CLASSI COINVOLTE		N° ALUNNI
PRIMARIA	CLASSI TERZE	50
	CLASSI QUARTE	36
	CLASSI QUINTE	31
SECONDARIA	CLASSI PRIME	42
	CLASSI SECONDE	86
	CLASSI TERZE	117
	TOTALE	362



CONCLUSIONI

Per i docenti:

- Occasione per riflettere sull'insegnamento-apprendimento della probabilità in una prospettiva verticale
- Collaborazione e confronto tra pari ed esperti
- Sperimentazione di metodologie didattiche innovative incentrate sul problem solving, sulla discussione collettiva e sulla giustificazione dei procedimenti



The background of the slide is a close-up, slightly blurred image of many colorful dice. The dice are in various colors including green, orange, blue, purple, and red. They are scattered across the frame, with some showing different faces (dots).

ESPERIENZE DIDATTICHE DEL SECONDO CICLO

Il problema della suddivisione
della posta in gioco



DOCENTI E CLASSI COINVOLTE

Il Gruppo è formato da:

- ❖ Arianna Coviello e Domingo Paola (**Insegnanti ricercatori**)
- ❖ Prof.ssa Francesca Martignone e Dott.ssa Marta Saccoletto (**Ricercatrici dell'Università del Piemonte Orientale**)

Classi:

- ❖ Classe terza, Liceo Scientifico *G. Bruno* di Albenga, 17 studenti, a.s. 2021-2022
- ❖ Classe seconda, Liceo Scientifico, *G. Galilei* di Alessandria, 16 studenti, a.s. 2022-2023



IL PROBLEMA DELLA SUDDIVISIONE DELLA POSTA IN GIOCO: INTRODUZIONE



UNA FORMULAZIONE GENERALE

Due giocatori A e B giocano a un certo gioco e si accordano nel mettere in palio una certa posta da destinare a chi per primo raggiunga N punti in un gioco.

Il gioco però si interrompe quando A ha x punti e B y punti, con x ed y inferiori ad N .

Come ripartire la posta in questo caso?

Problema e soluzioni dal
XV al XVII secolo

Carteggio di Pascal e
Fermat del 1654



FORMULAZIONE DEL PROBLEMA DATO IN CLASSE

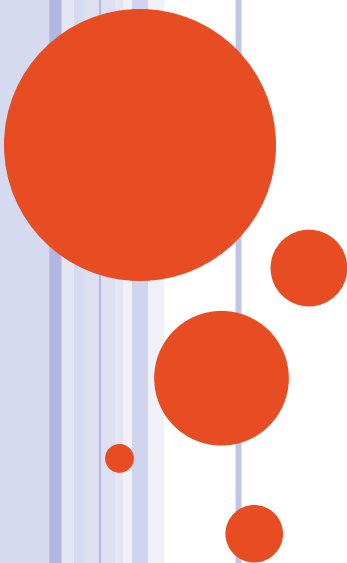
Due giocatori A e B giocano a testa o croce con una moneta non truccata.

Ogni partita, corrispondente a ogni lancio della moneta, è vinta da A se esce testa e da B se esce croce. A mette 12 euro e B mette 12 euro. La posta in gioco è quindi di 24 euro. Vince il gioco, e quindi l'intera posta in gioco, il giocatore che per primo vince 6 partite.

I giocatori iniziano a giocare e raggiungono il punteggio di 3 a 5 per A. A questo punto i giocatori sono costretti a interrompere il gioco.

Come va suddivisa la posta in gioco, cioè i 24 euro, in modo tale che la divisione sia equa e cioè, che metta d'accordo sia il giocatore A che il giocatore B?





ALCUNE SOLUZIONI PROPOSTE DA MATEMATICI NEL CORSO DELLA STORIA

LUCA PACIOLI



Suddivisione in parti
proporzionali al punteggio
dei giocatori

- A ha vinto 5 partite
- B ha vinto 3 partite
- 8 partite giocate

ad A spettano i $\frac{5}{8}$ di 24.

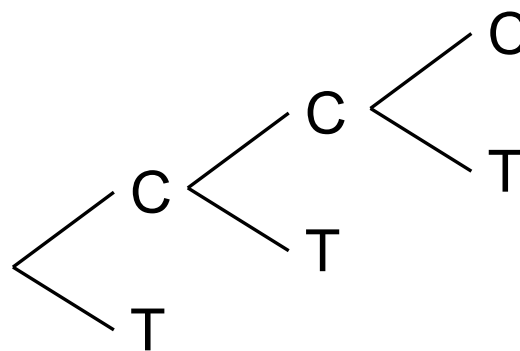


GIROLAMO CARDANO



Suddivisione in parti inversamente
proporzionali al numero di partite
che mancano per vincere

- Ad A manca 1 partita per vincere
- A B mancano 3 partite per vincere



ad A spettano i $\frac{5}{8}$ di 24.

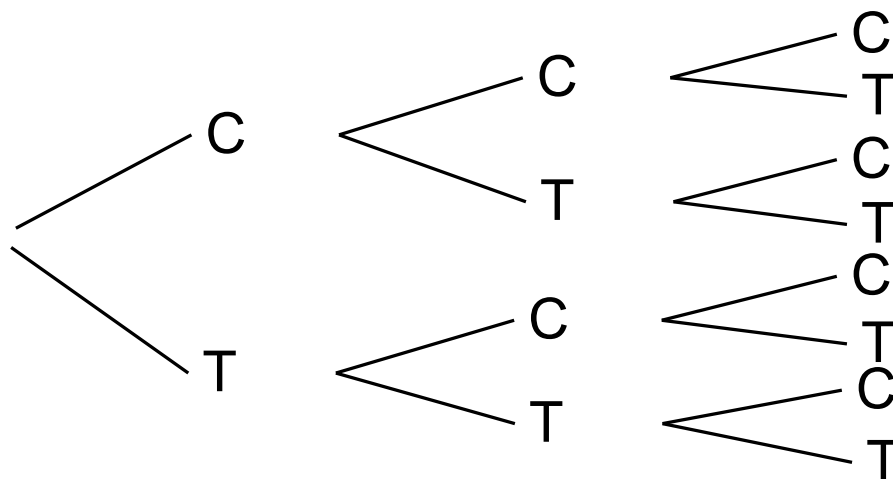


PIERRE FERMAT



Suddivisione in parti proporzionali
alla probabilità di vittoria

- A vince in 7 casi su 8
- B vince in 1 caso su 8

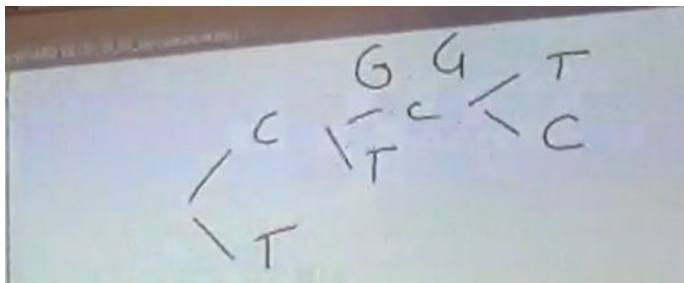


Ad A spettano $(7/8 * 24) = 21$ euro



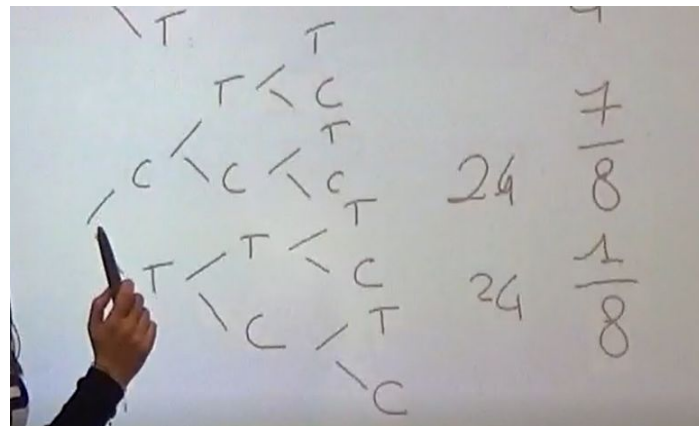
CONFRONTO TRA LE SOLUZIONI

► “Alla Cardano”



L'albero è troncato nel momento in cui la partita finirebbe (uno dei due giocatori raggiunge 6 punti). Conto i possibili esiti (4), che però non sono equiprobabili.

► “Alla Fermat”

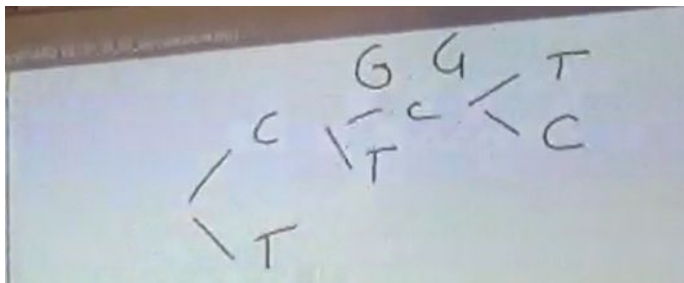


L'albero è sviluppato fino al numero massimo di lanci, 11 (ne mancano 3). Studio delle possibili combinazioni di T e C nei 3 lanci



CONFRONTO TRA LE SOLUZIONI

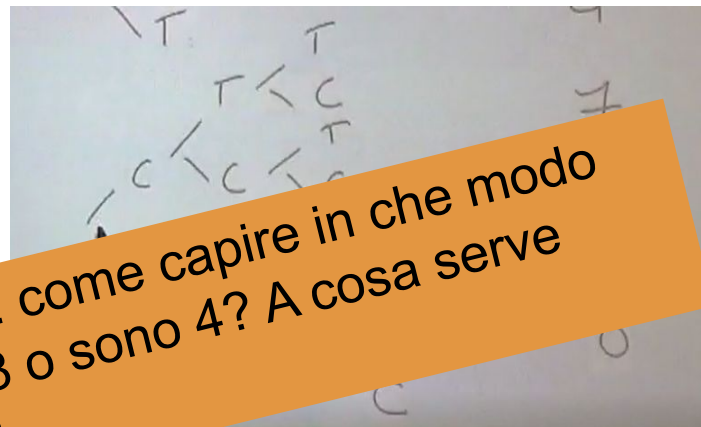
► “Alla Cardano”



L'albero è
momento

fini. Espressa difficoltà nella classe: come capire in che modo
gioco contare i possibili esiti? Sono 8 o sono 4? A cosa serve
Con fingere che la partita continui?
possibili esiti (4), che
però non sono equiprobabili.

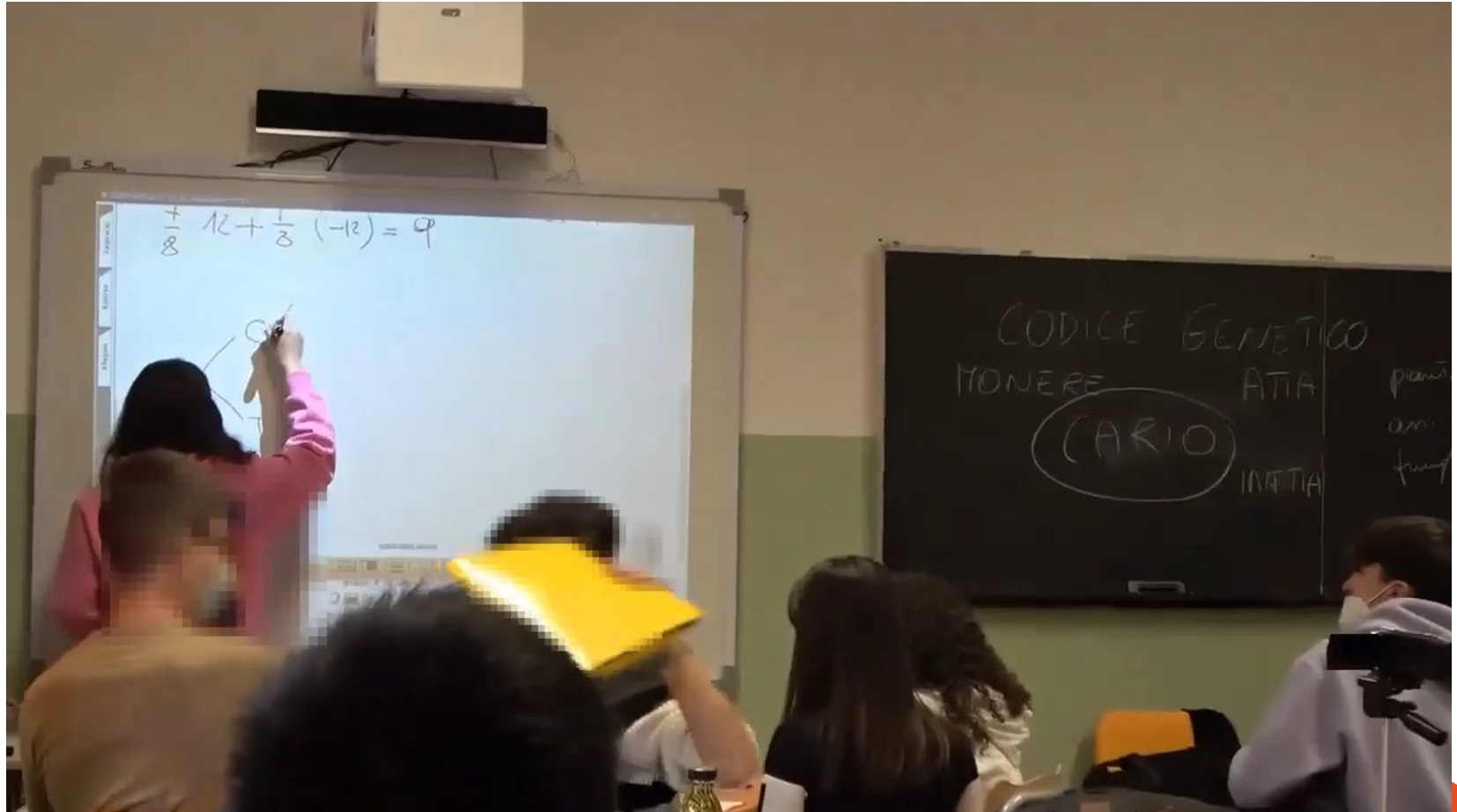
► “Alla Fermat”



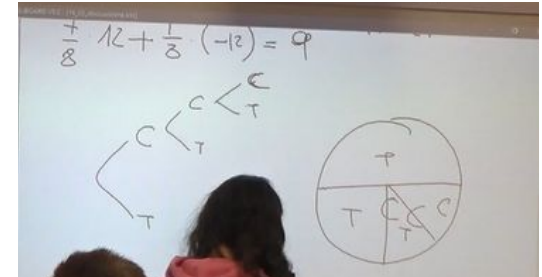
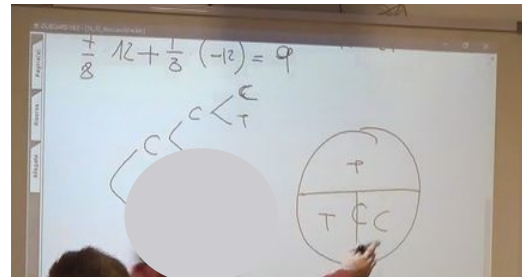
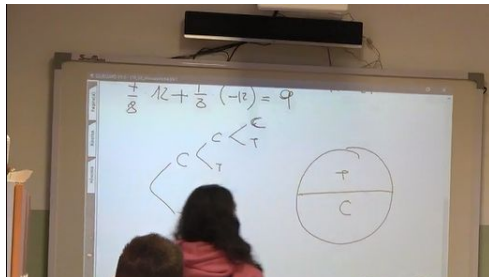
L'albero è sviluppato fino al
numero massimo di lanci, 11
(ne mancano 3). Studio delle
possibili combinazioni di T e C
nei 3 lanci.



UN POSSIBILE PASSAGGIO DA UNA SOLUZIONE ALL'ALTRA



UN POSSIBILE PASSAGGIO DA UNA SOLUZIONE ALL'ALTRA

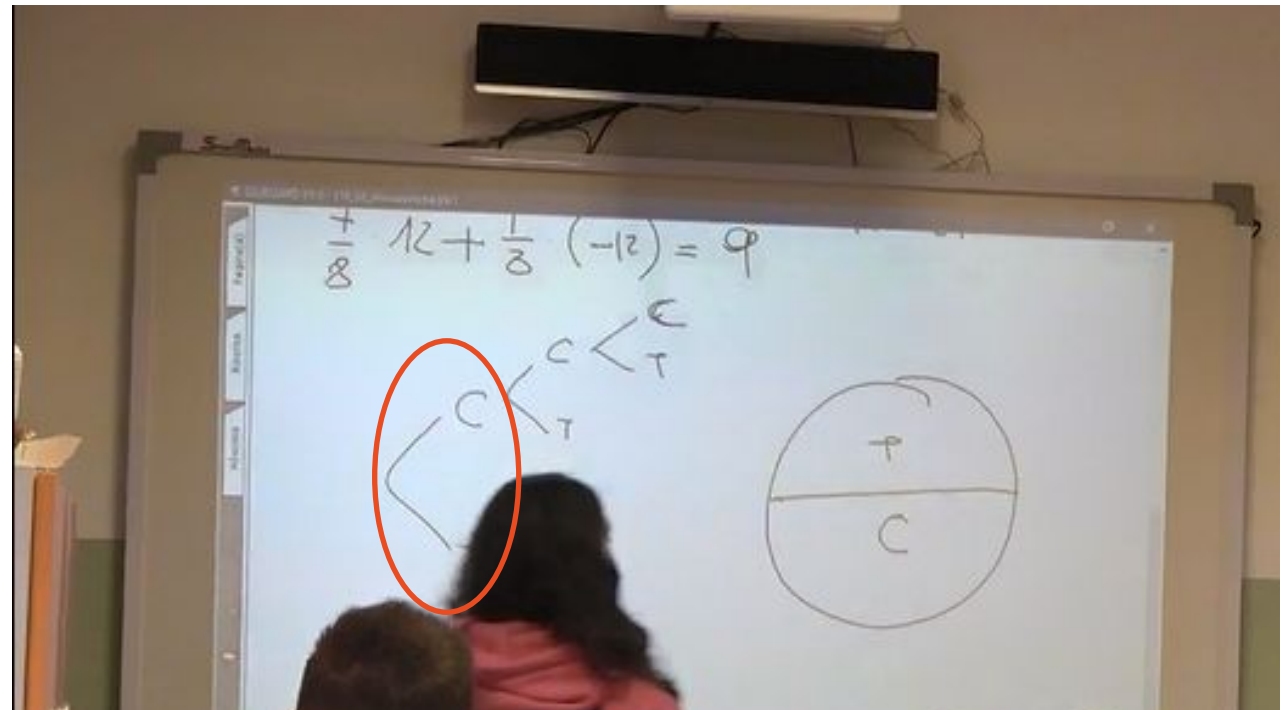


UN POSSIBILE PASSAGGIO DA UNA SOLUZIONE ALL'ALTRA

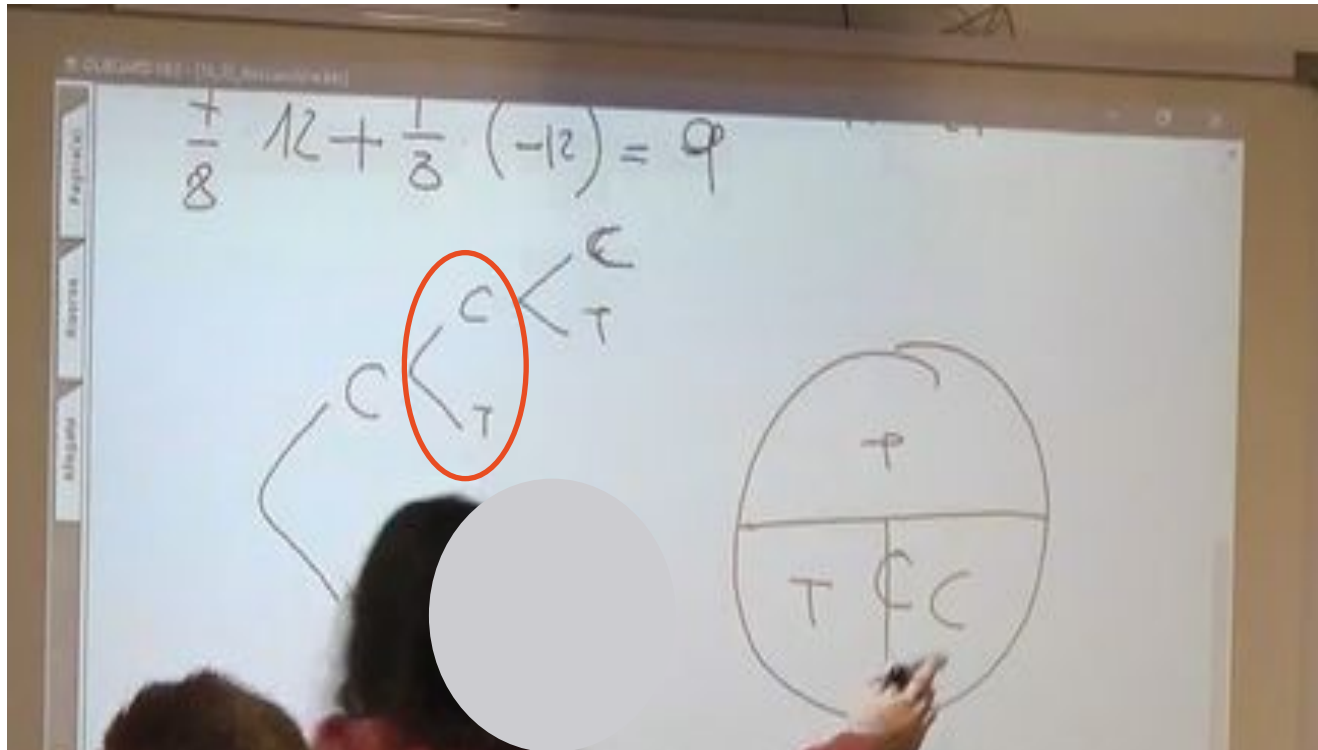
S: anche facendo così la probabilità è un ottavo e non un quarto.

Perché abbiamo provato a spiegarlo con un grafico a torta.

Perché qua c'è il 50% di probabilità che esca teste o croce quindi il grafico viene così.



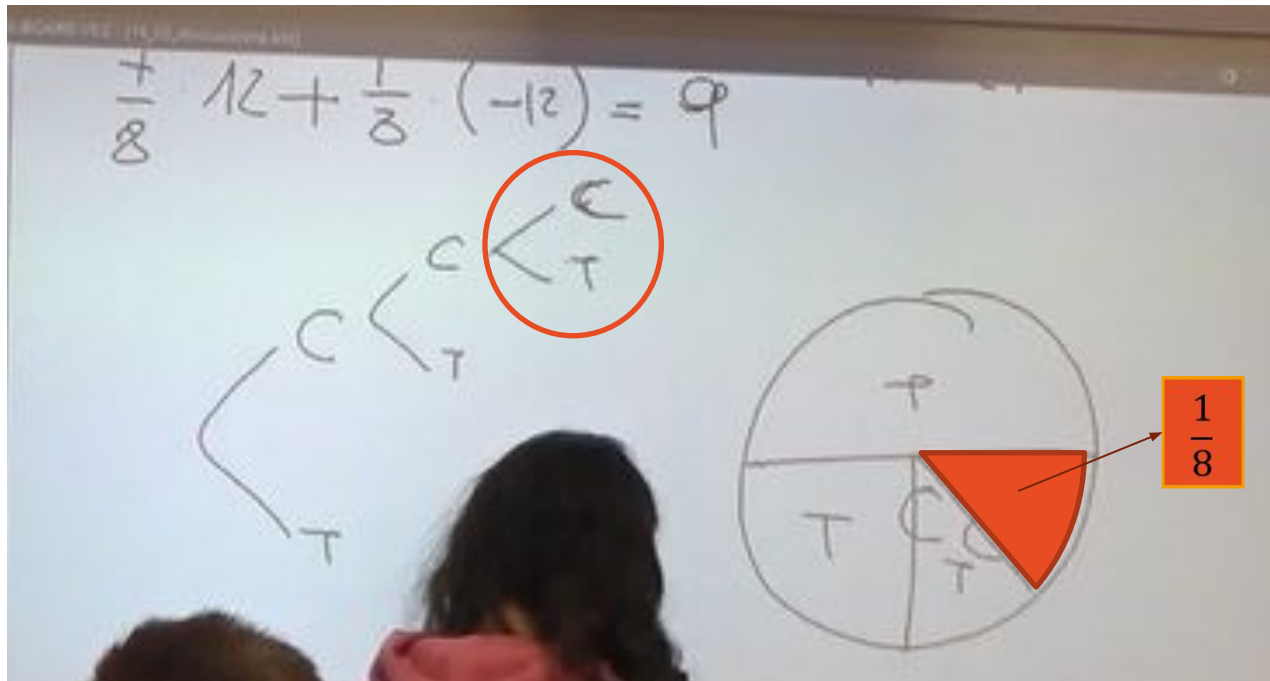
UN POSSIBILE PASSAGGIO DA UNA SOLUZIONE ALL'ALTRA



S: Quindi se vince testa la partita finisce qua ma se vince Croce allora c'è di nuovo c'è una possibilità del 50% sempre che vinca testa o che vinca croce.



UN POSSIBILE PASSAGGIO DA UNA SOLUZIONE ALL'ALTRA



S: Di nuovo qua la partita si fermerebbe e qua continua.

E allora di nuovo qua si divide perché potrebbe vincere testa, vince testa, o croce, vince croce, in entrambi i casi finisce la partita, ma quello che vediamo noi qua è ...
 $\frac{1}{8}$

OSSERVAZIONI SULLA RAPPRESENTAZIONE

- ❖ «Calcolare» la probabilità di uscita di tre croci consecutive (su tre lanci) senza riferimenti espliciti alla teoria della probabilità classica
- ❖ Mostra ciò che nei grafici ad albero gli studenti faticavano a «vedere»: le ramificazioni di lunghezza diversa non sono equiprobabili.
- ❖ Rimane aderente alla storia: se la partita si interrompe la fetta non si divide.
- ❖ Il grafico a torta è costruito a partire da una rappresentazione già condivisa, efficace perché risponde a una necessità della classe.



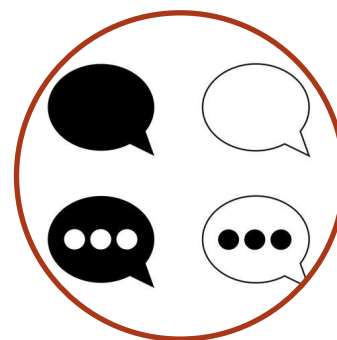
PER CONCLUDERE



Ripercorrere alcune delle soluzioni proposte dai matematici nel corso della storia

- Dare dignità agli errori degli studenti
- Strumento di analisi a priori per l'insegnante

Cambiamento di prospettiva che dà avvio al problema della probabilità - concetti fondamentali della probabilità



Discussione ricca
Argomentazione
Coinvolgimento
attivo di studenti e
studentesse



The background of the slide is a dense, overlapping collection of colorful dice. The dice are in various colors including green, blue, red, orange, purple, and yellow. Each die has white pips on its faces. The dice are arranged in a way that creates a sense of depth and texture.

**GRAZIE
PER
L'ATTENZIONE**

